<u>Attraktoren – 2dim Iteration</u>

Bei der Iteration mit 2 Variablen x_n , y_n lassen sich die Punkte P_i (x_i | y_i) in ein Koordinatensystem plotten. Man erhält dann interessante Muster.

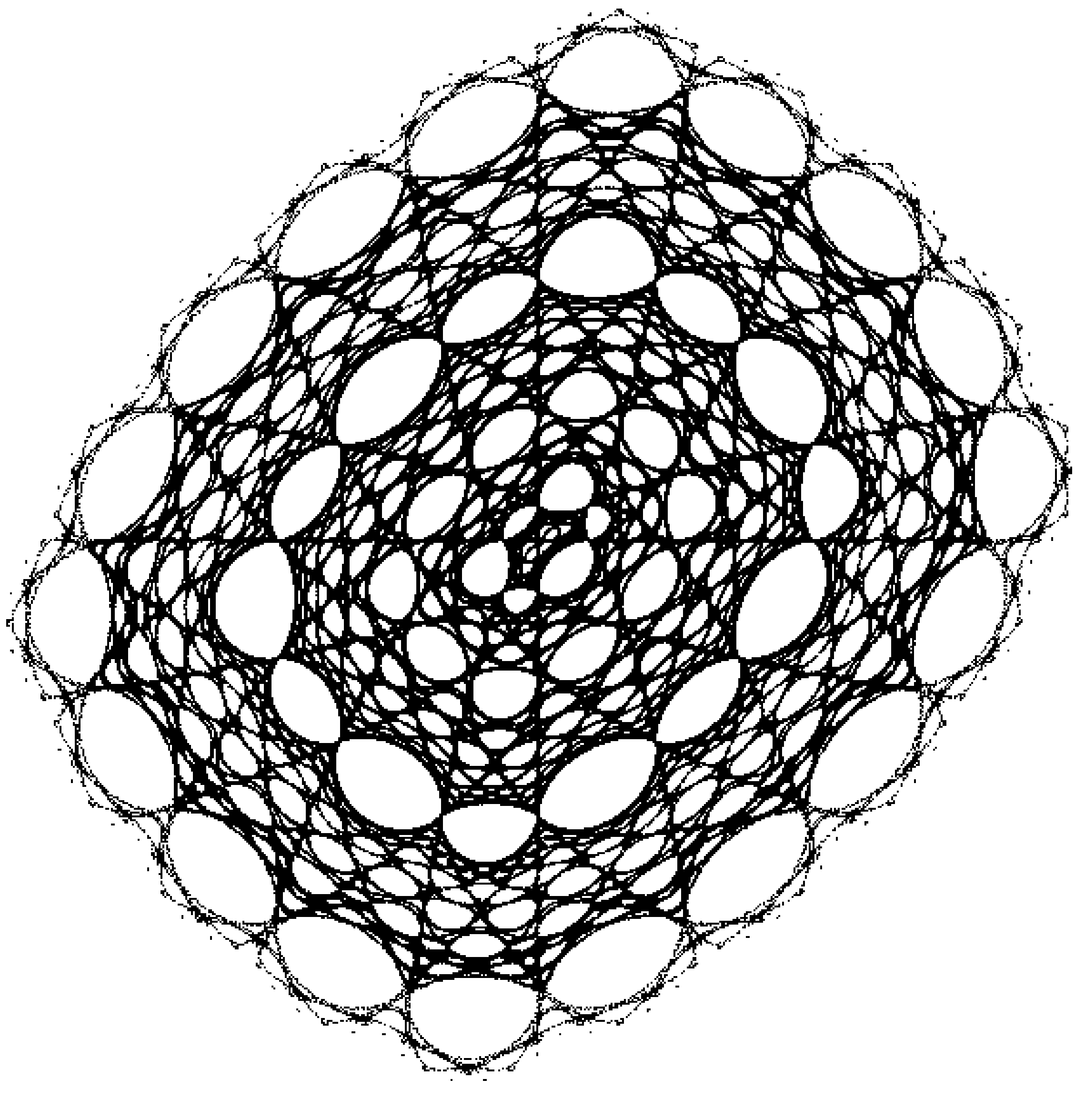
Die Iterationen sind von der Form : $\mathbf{x_{n+1} = f(x_n, y_n)}$ $\mathbf{y_{n+1} = g(x_n, y_n)}$
mit Startpunkt P(xo | yo)

<u>*Einige Beispiele:*</u>

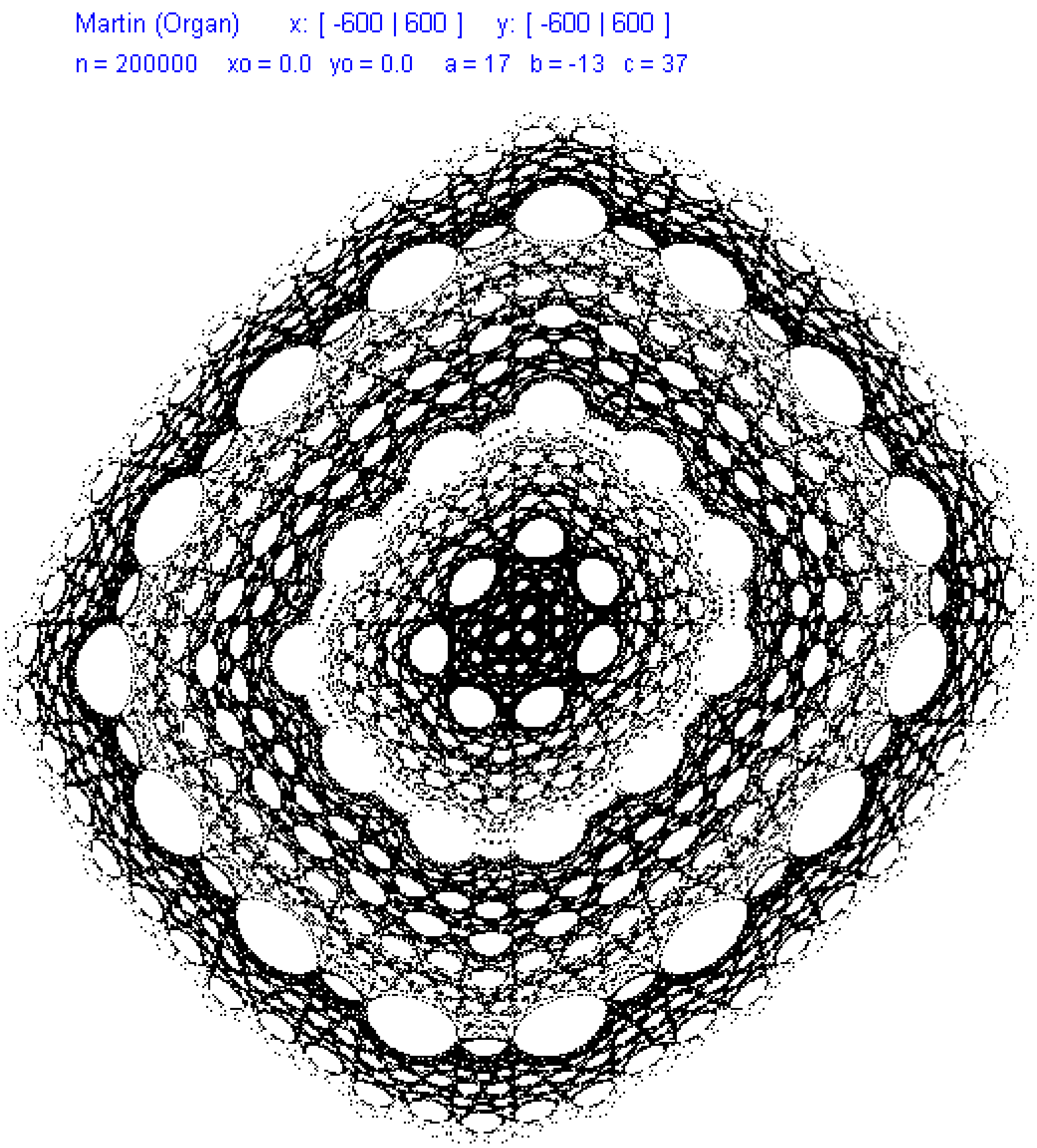
1) Martin-Attraktor („Organ"):

$x_{n+1} = y_n - \operatorname{sgn}(x_n)\cdot\sqrt{|\, b\cdot x_n - c\,|}$ $y_{n+1} = a - x_n$

Beispielparameter: $x \in [-950 ; 950]$ $y \in [-950 ; 950]$ $x_o = 0$ $y_o = 0$
$n = 900000$ $a = 21$ $b = -67$ $c = -118$

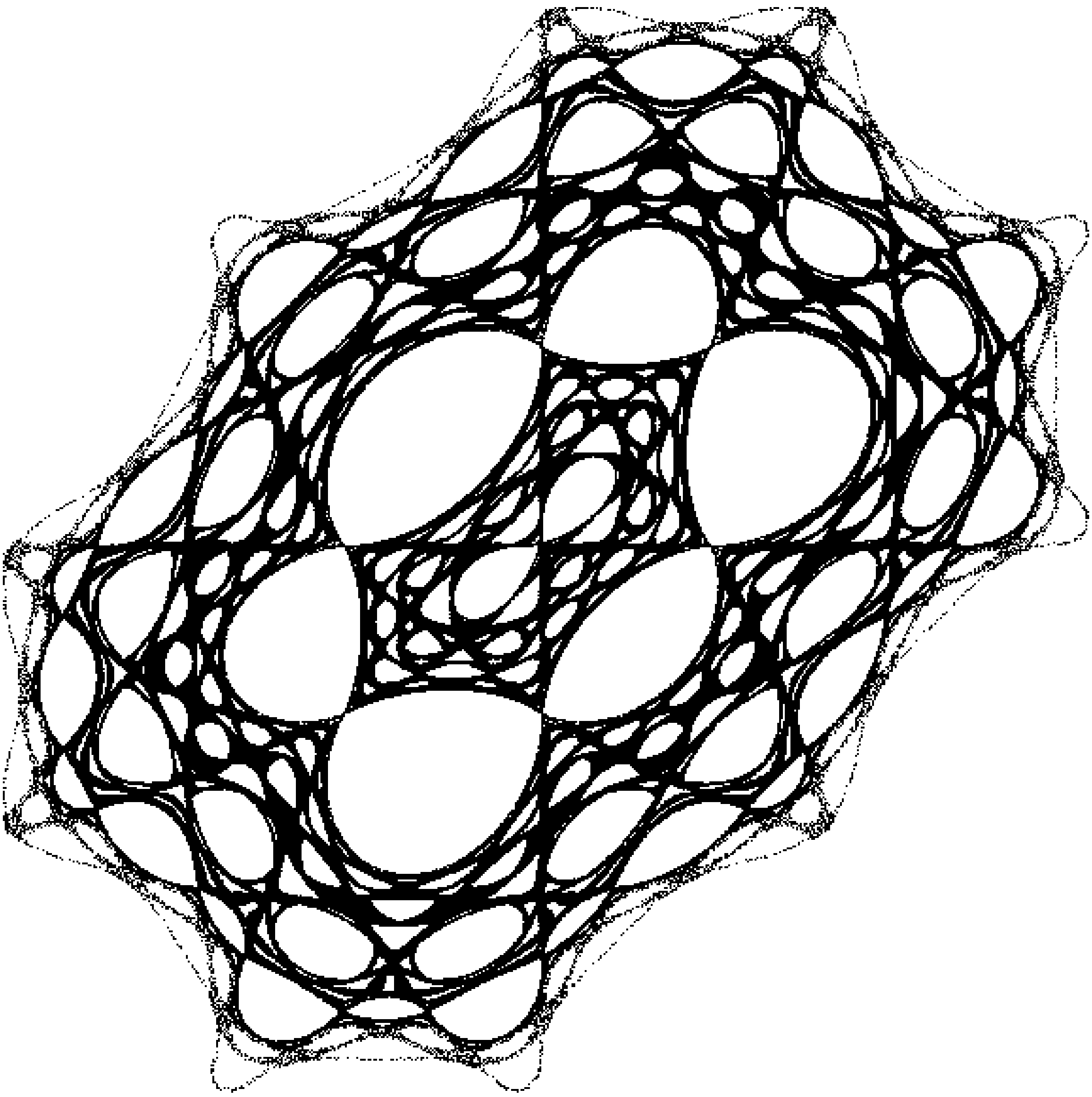


Variationen des Martin-Attraktors:



Martin (Organ)   x: [-300 | 300]   y: [-300 | 300]

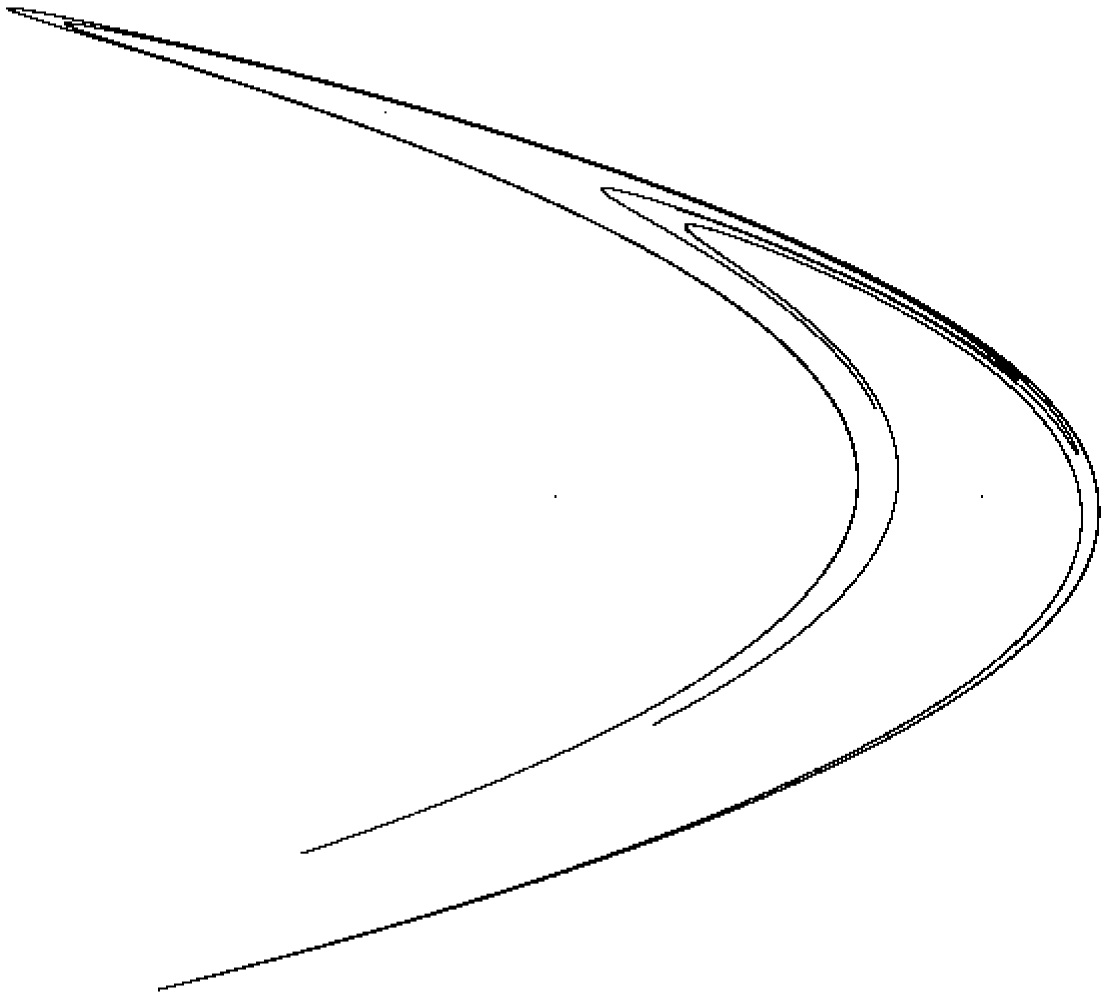
n = 900000   xo = 0.0   yo = 0.0   a = -11   b = 91   c = -3



2) Hénon-Attraktor:

$x_{n+1} = 1 + y_n - a \cdot x_n^2 \qquad y_{n+1} = 0{,}3 \cdot x_n$

Beispielparameter: $x \in [-1{,}5\ ;\ 1{,}5]$ $y \in [-0{,}5\ ;\ 0{,}5]$ $x_o = 0$ $y_o = 0$ $n = 200000$ $a = 1{,}4$

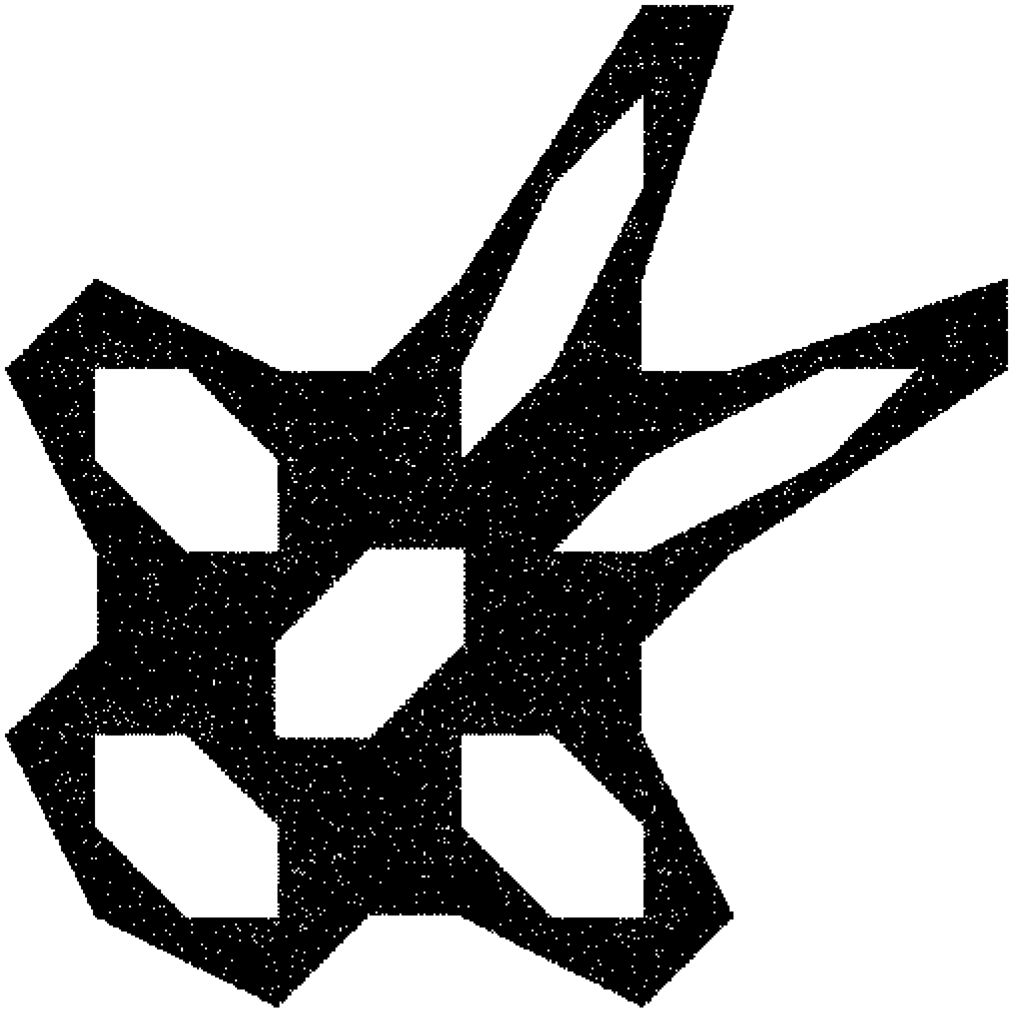


3) Gingerbreadman-Attraktor (Lebkuchenmann):

$x_{n+1} = 1 - y_n + | x_n |$ $y_{n+1} = x_n$

Beispielparameter: $x \in [-4 ; 10]$ $y \in [-4 ; 10]$ $x_o = 2{,}4$ $y_o = -1{,}7$ $n = 300000$

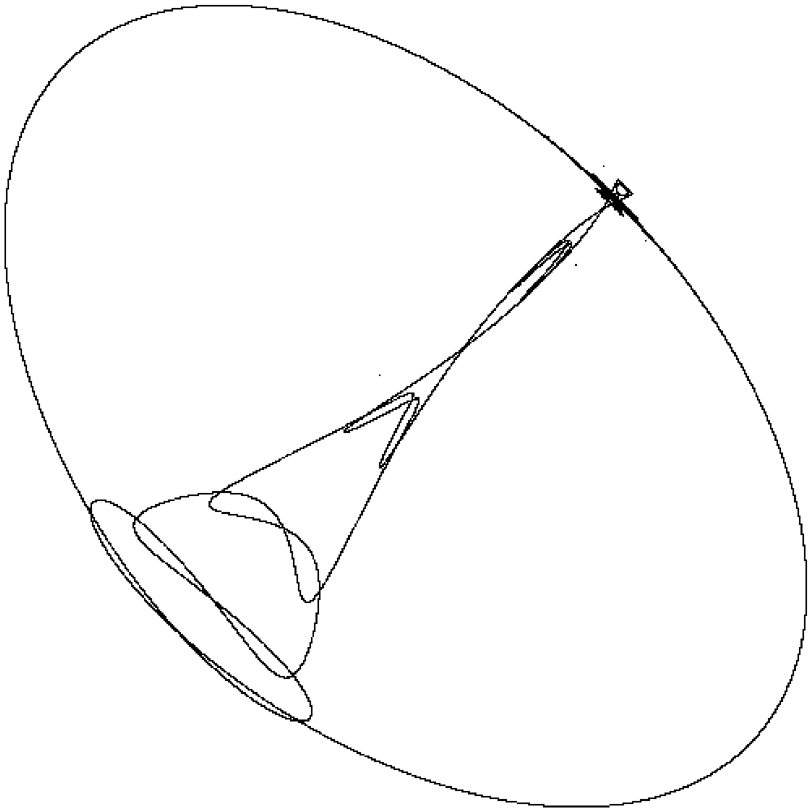
Das Ergebnis hängt sehr stark vom Startpunkt ab !



4) Metzler-Attraktor(„Eiffel“):

$x_{n+1} = a \cdot x_n \cdot (1-x_n) + (a-1) \cdot y_n \qquad y_{n+1} = b \cdot y_n \cdot (1-y_n) + (b-1) \cdot x_n$

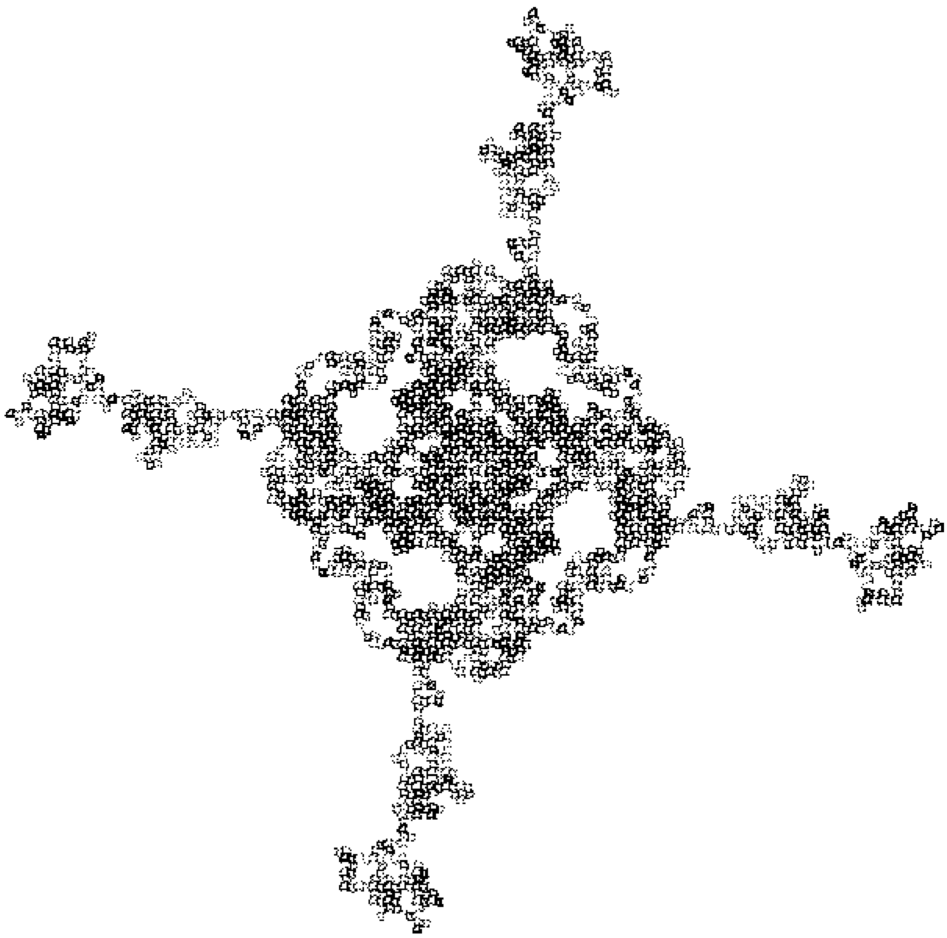
Beispielparameter: $x \in [-0{,}5\ ;\ 1{,}5]$ $y \in [-0{,}5\ ;\ 1{,}5]$ $x_o = 0{,}4$ $y_o = 0{,}5$
$n = 200000$ $a = 1{,}684$ $b = 1{,}684$



5) Martin2-Attraktor:

$x_{n+1} = y_n - a \cdot \sin(x_n) \qquad y_{n+1} = b - x_n$

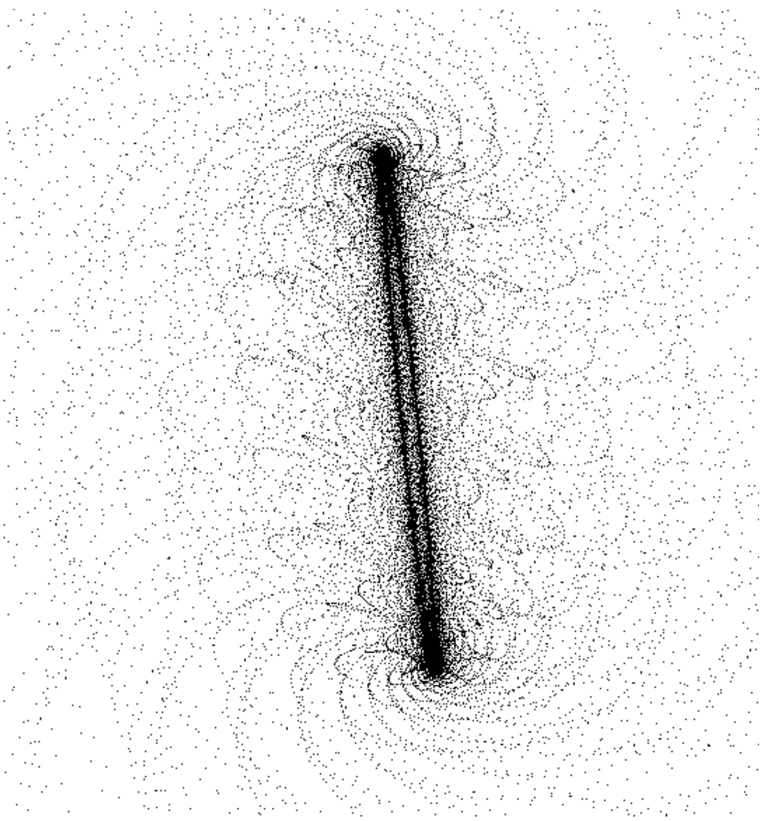
Beispielparameter: $x \in [-250 ; 250]$ $y \in [-250 ; 250]$ $x_o = 0$ $y_o = 0$
$n = 200000$ $a = 1{,}29$ $b = 2{,}91$



6) Toda-Attraktor:

$x_{n+1} = x_n + a \cdot y_n \quad d = c \cdot a \cdot i \quad y_{n+1} = (1 - a \cdot b) \cdot y_n + 1 - \exp(a \cdot y_n + x_n) + \cos(d)$

Beispielparameter: $x \in [-0{,}1 ; 0{,}1]$ $y \in [-1 ; 1]$ $x_o = 1$ $y_o = 0$
$n = 300000$ $a = 0{,}02$ $b = 0{,}02$ $c = 503$ $d = 0$

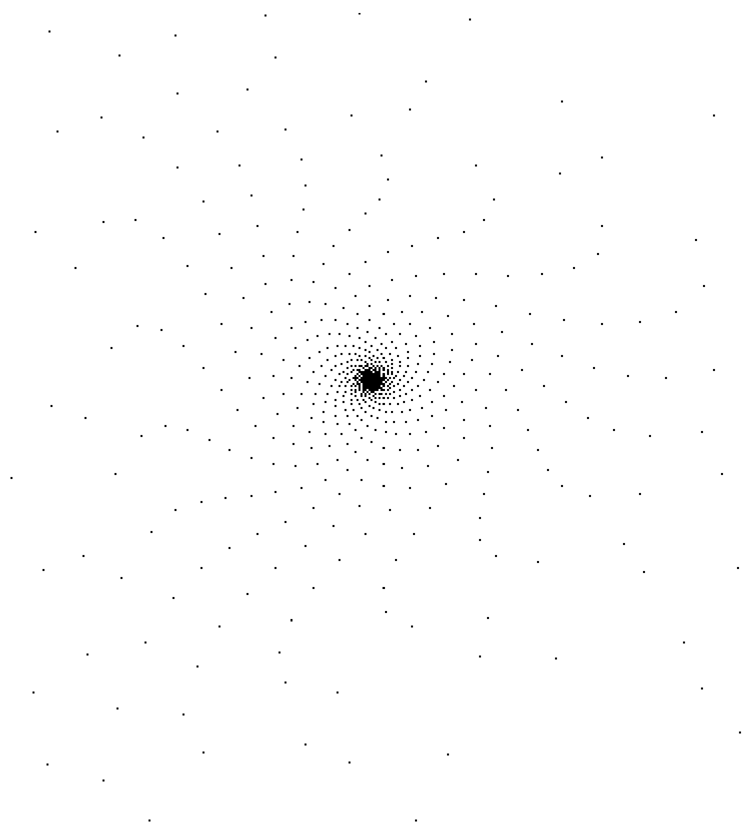


7) Mira-Attraktor:

$x_{n+1} = b \cdot y_n + g(y_n)$ $\quad$ $y_{n+1} = -x_n + g(x_{n+1})$ $\quad$ mit $\quad$ $g(x) = a \cdot x - (1-a) \cdot 2 \cdot x^2 / (1+x^2)$

Beispielparameter: $\quad x \in [-0{,}1\ ;\ 0{,}1]$ $\quad y \in [-0{,}1\ ;\ 0{,}1]$ $\quad x_o = 0{,}1$ $\quad y_o = 0{,}1$
$n = 200000$ $\quad a = -0{,}391$ $\quad b = 0{,}987$

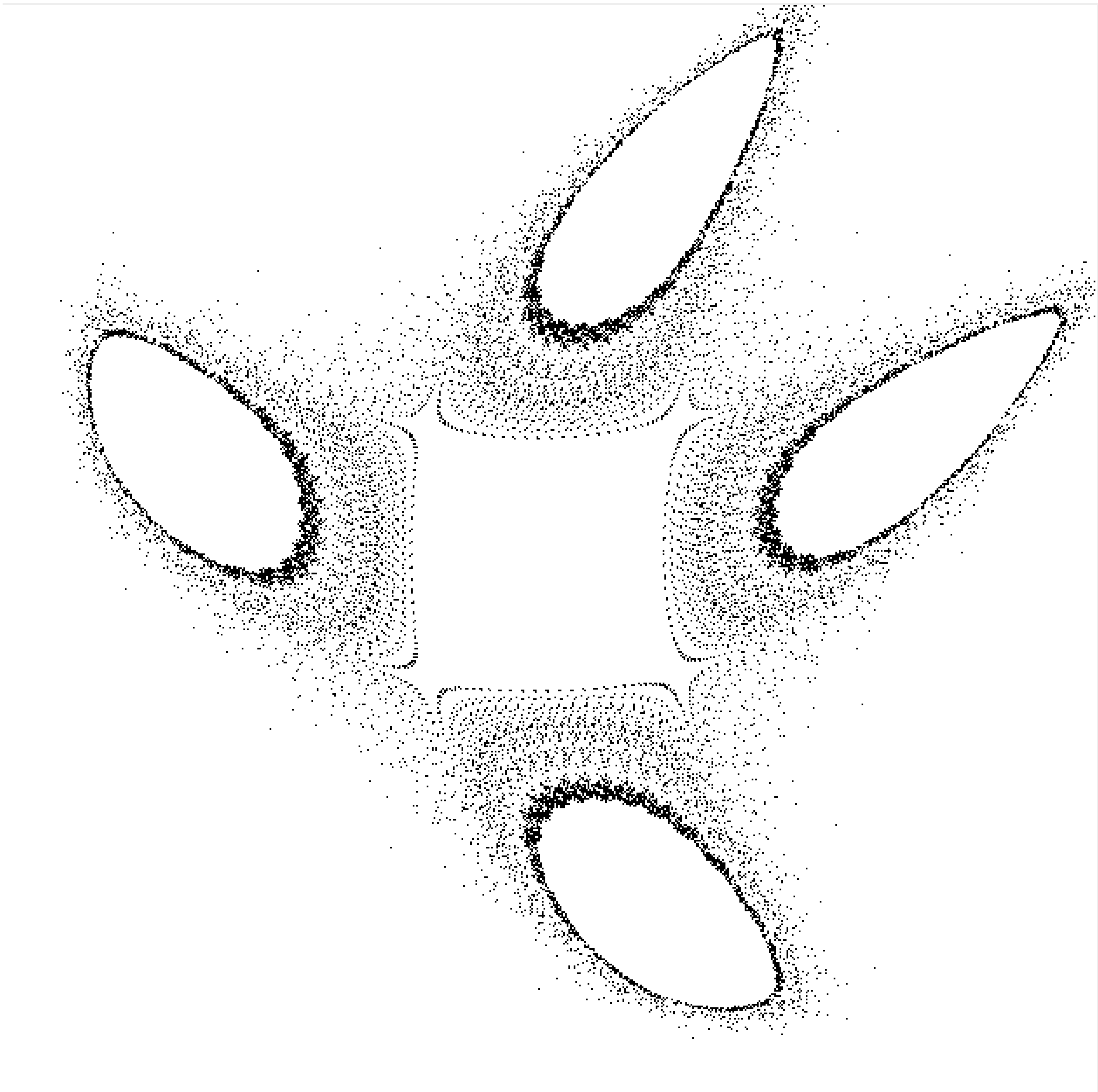
Anmerkung: Wähle $-1 < a < 1$ sowie b „nahe bei 1“ !



8) Henon2-Attraktor:

$x_{n+1} = x_n \cdot \cos(a) + (x_n^2 - y_n) \cdot \sin(a)$ $y_{n+1} = x_n \cdot \sin(a) - (x_n^2 - y_n) \cdot \cos(a)$

Beispielparameter: $x \in [-1\ ;\ 1]$ $y \in [-1\ ;\ 1]$ $x_o = 0{,}05$ $y_o = 0{,}4$
$n = 20000$ $a = 91{,}4$ (Winkelgrad !)



Schließlich noch das Beispiel „Tapetenmuster“ (aus der früheren Computerzeitschrift “mc”)

<u>Das folgende Pseudo-Programm liefert tapetenähnliche Muster .</u>

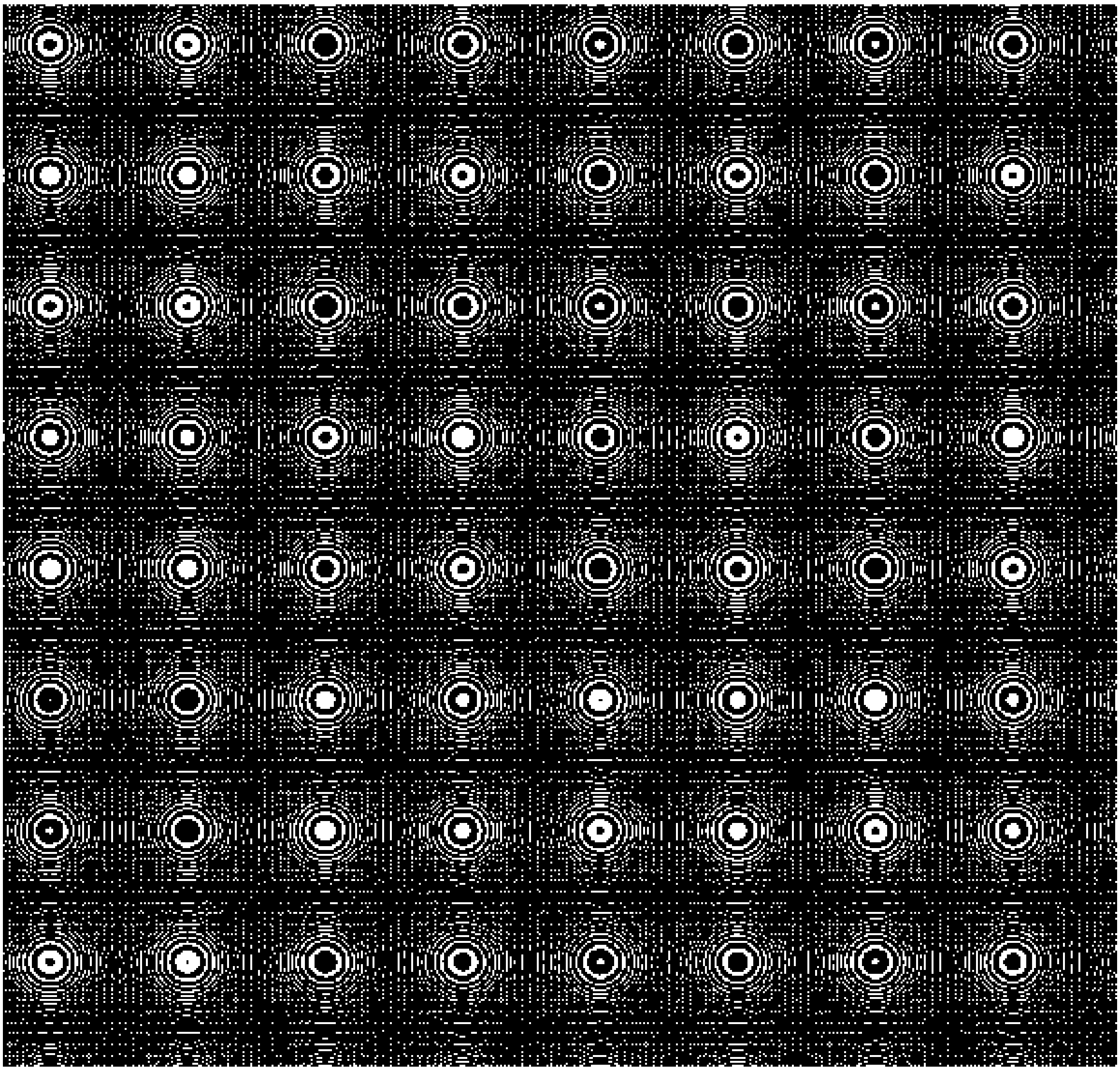
```
Lies ( xEcke, yEcke, Seite, Tiefe )
Für i von 1 bis Tiefe wiederhole
        Setze  x = xEcke + Seite · i / Tiefe
        Für k von 1 bis Tiefe wiederhole
                Setze  y = yEcke + Seite · k / Tiefe
                Setze  c = Int ( x² + y² )
                Falls c gerade ist, dann Plot ( i , k )
```

<u>Zahlenbeispiele:</u>

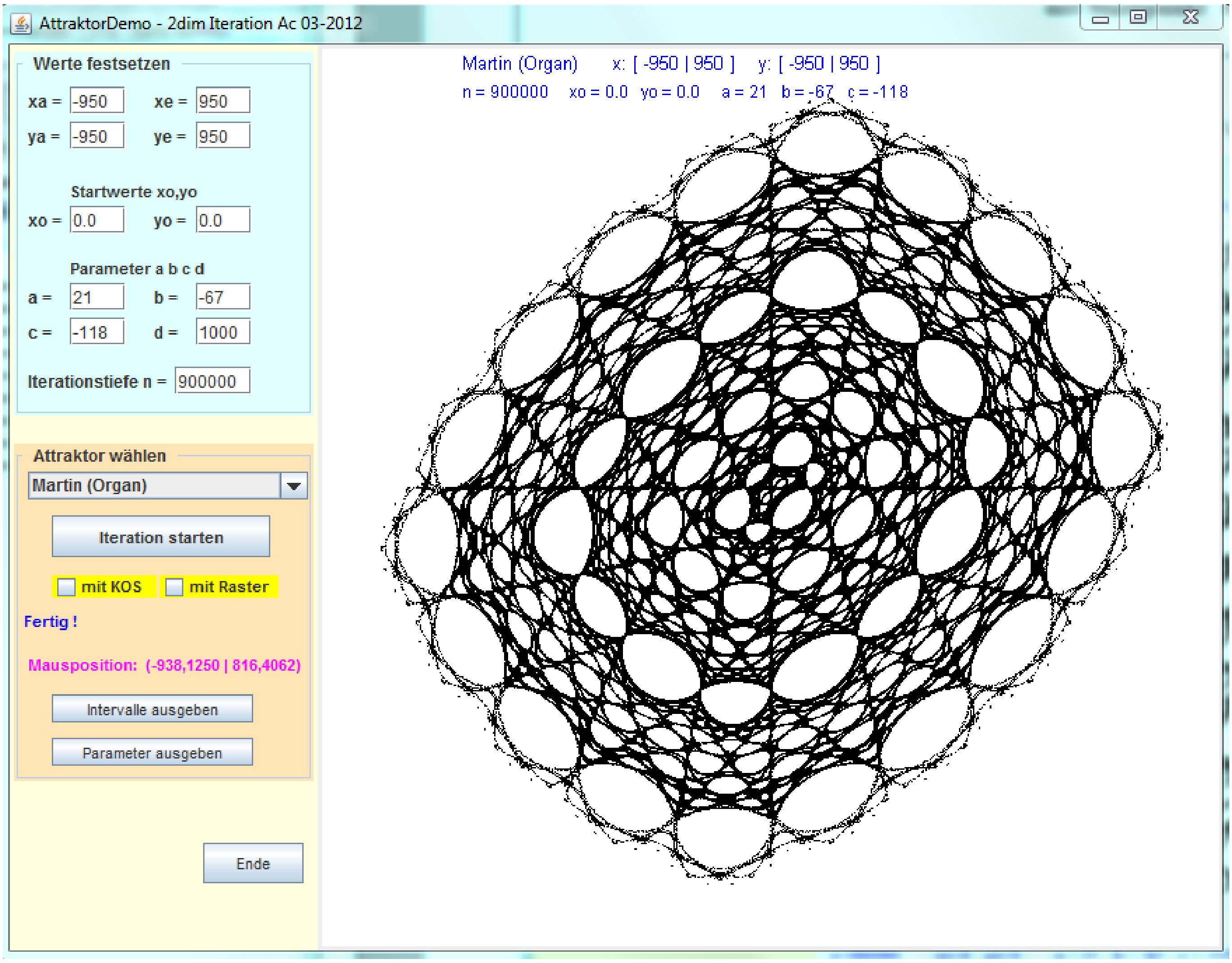
Iterationstiefe: Tiefe = 1000 (z. B.)

1)	xEcke = -15	yEcke = -20	Seite = 90
2)	xEcke = 10	yEcke = 5	Seite = 20
3)	xEcke = -7	yEcke = 11	Seite = 40
4)	xEcke = 1	yEcke = 37	Seite = 19

Das erste Zahlenbeispiel liefert folgendes Muster:



Eine Software zur Erzeugung der Grafiken sieht z.B. so aus (Java):



Wie man sieht, lässt sich mit den Parametern etwas experimentieren.