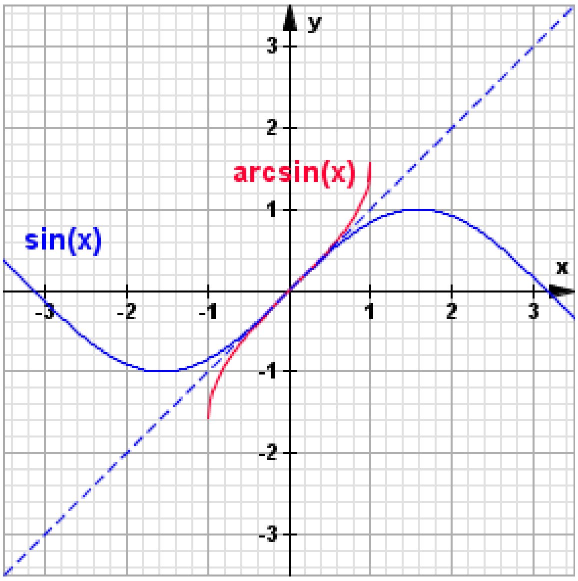
Trigonometrische- und Arcusfunktionen



$$\arcsin(x) = \begin{cases} \arctan\left(\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right) & ; -1<x<1 \\ \operatorname{sgn}(x)\cdot\dfrac{\pi}{2} & ; \quad |x|=1 \end{cases}$$

Reihenententwicklung des Sinus:

$$\sin(x) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} \pm \ldots$$

Ableitung: $\sin(a\cdot x)' = a\cdot\cos(a\cdot x)$

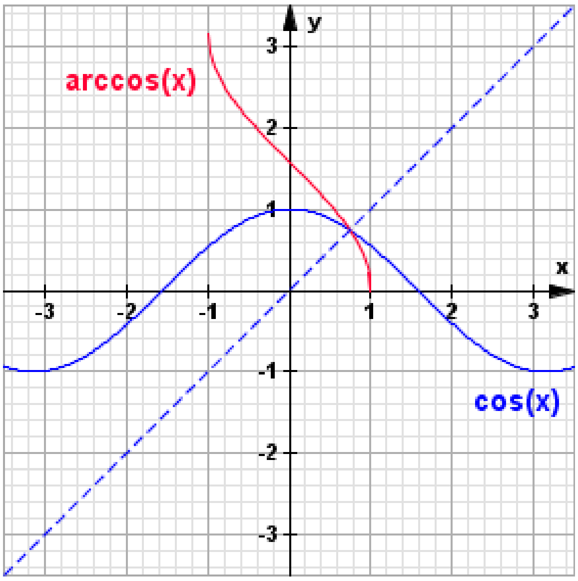
Stammfunktion: $\int \sin(a\cdot x)dx = -\frac{1}{a}\cos(a\cdot x) + C$

Reihenentwicklung des Arkussinus:

$$\arcsin(x) = x + \frac{1}{2\cdot 3}\cdot x^3 + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 5}\cdot x^5 + \ldots + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7}\cdot x^7 +$$

$$\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot(2n-1)x^{2n+1}}{2\cdot 4\cdot 6\cdot \ldots \cdot 2n(2n+1)}\cdot x^{2n+1} + \ldots \quad ; \quad |x| < 1$$

Ableitung: $\arcsin(x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad ; \quad |x| < 1$



Reihenententwicklung des Cosinus:

$$\cos(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} \pm \ldots$$

Ableitung: $\cos(a\cdot x)' = -\, a\cdot\sin(a\cdot x)$

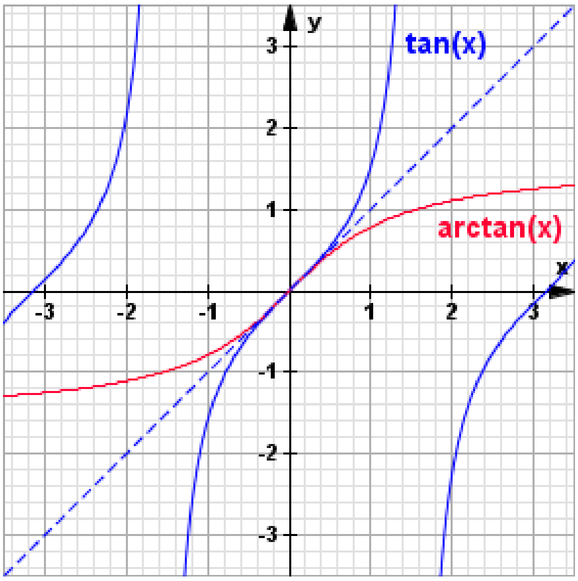
Stammfunktion: $\int \cos(a\cdot x)dx = \frac{1}{a}\sin(a\cdot x) + C$

Reihenentwicklung des Arkuscosinus:
$\arccos(x) = \pi / 2 - \arcsin(x)$ (s. oben)

Ableitung: $\arccos(x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad ; \quad |x| < 1$

$$\arccos(x) = \begin{cases} \arctan\left(\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}\right) & ; 0<x\le 1 \\ \pi + \arctan\left(\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}\right) & ; -1\le x<0 \\ \dfrac{\pi}{2} & ; \; x = 0 \end{cases}$$

$\sin^2(a\cdot x) + \cos^2(a\cdot x) = 1$



tan(x) = sin(x) / cos(x)

Reihenententwicklung des Tangens:

$$\tan(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^{2k}(2^{2k}-1)B_k}{(2k)!} x^{2k-1} \quad ; \quad |x| < \frac{\pi}{2}$$

$$B_k = Bernoulli-Koeffizienten$$

Ableitung: tan(a·x)' = a / cos(a·x)²

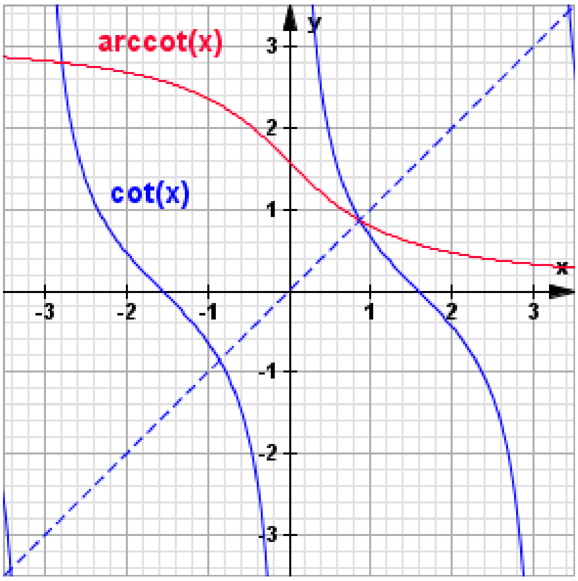
Stammfunktion: $\int \tan(a\cdot x)dx = -\frac{1}{a}\ln(\cos(a\cdot x)) + C$

Reihenentwicklung des Arkustangens:

$$\arctan(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} \pm \ldots$$

$$\textit{für } |x| \le 1$$

Ableitung: arctan(x)' = $\frac{1}{1+x^2}$



cot(x) = cos(x) / sin(x) = 1 / tan(x)

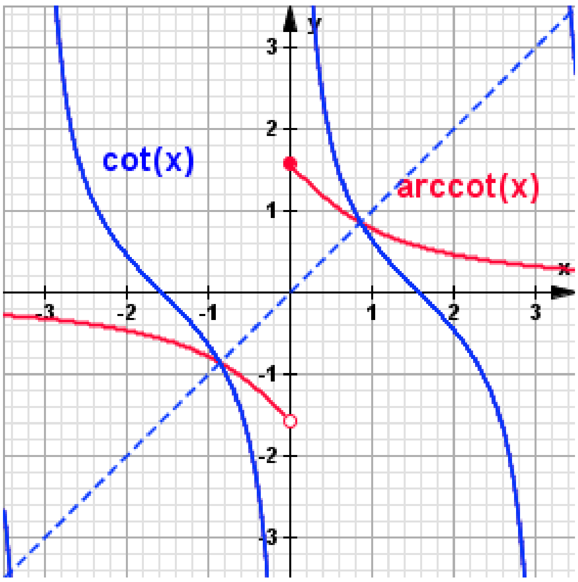
Reihenententwicklung des Cotangens:

$$\cot(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^{2k} B_k}{(2k)!} x^{2k-1} \quad ; \quad 0 < |x| < \pi$$

Ableitung: cot(a·x)' = - a / sin(a·x)²

Stammfunktion: $\int \cot(a\cdot x)dx = \frac{1}{a}\ln(\sin(a\cdot x)) + C$

Reihenentwicklung des ArkusCotangens:
arccot(x) = π / 2 – arctan(x) (s. oben)



Ableitung: arccot(x)' = $-\frac{1}{1+x^2}$

Graph links als Alternative:

Alternative (z.B. "Wolfram alpha")

$$\operatorname{arccot}(x) = \begin{cases} \pi / 2 \quad ; \quad x = 0 \\ \arctan(\frac{1}{x}) \quad ; \quad x \neq 0 \end{cases}$$