

Potenzregel: $f(x) = x^z$ mit $z \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(x) = z \cdot x^{z-1}$
 Beispiel: $f(x) = x^{1,5} \Rightarrow f'(x) = 1,5 \cdot x^{0,5} = 1,5 \sqrt{x}$

Summenregel: $[u(x) + v(x)]' = u'(x) + v'(x)$
 Beispiel: $[x^2 + \sin(x)]' = 2x + \cos(x)$

Faktorregel: $[k \cdot u(x)]' = k \cdot u'(x)$
 Beispiel: $[-7 \cdot \sin(x)]' = -7 \cdot \cos(x)$

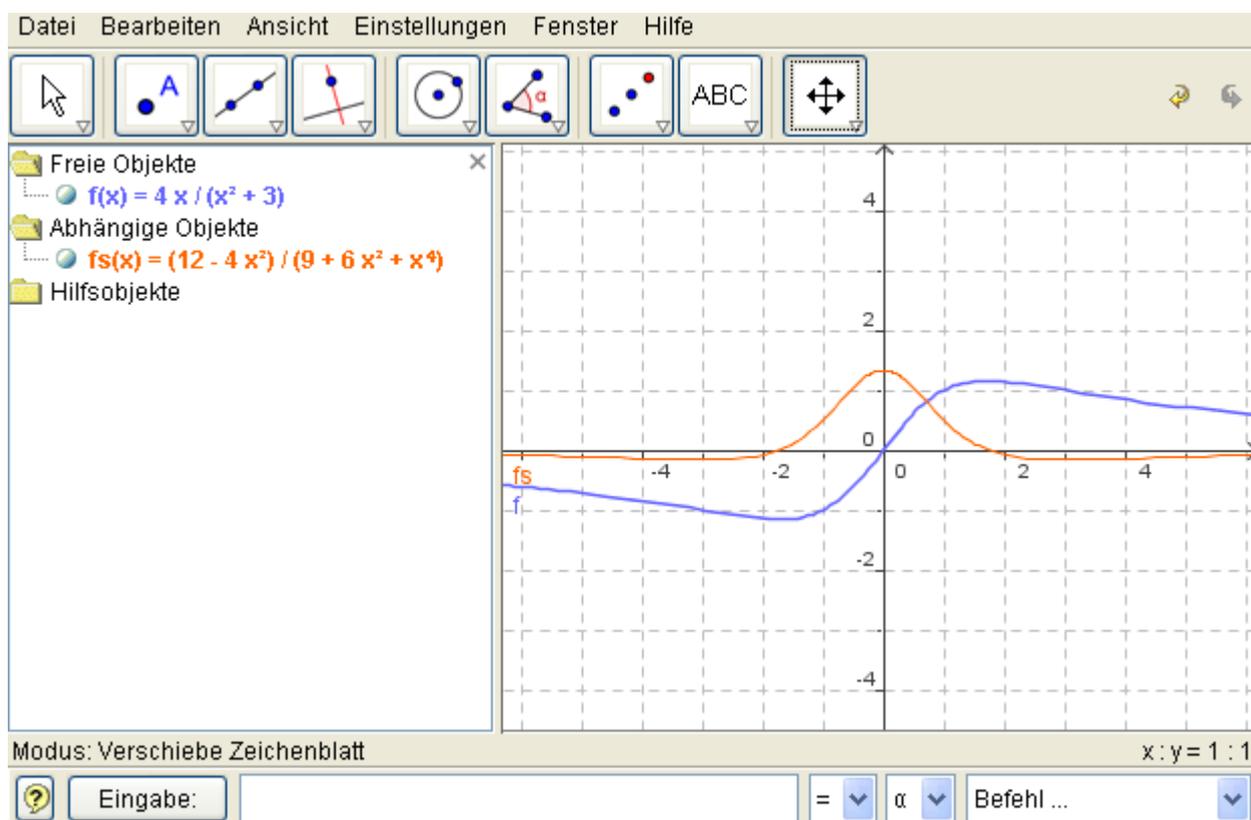
Produktregel: $[u(x) \cdot v(x)]' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$
 Beispiel: $[x^2 \cdot \sin(x)]' = 2x \cdot \sin(x) + x^2 \cdot \cos(x)$
 Vorsicht: Diese Regel darf nicht mit der Summenregel verwechselt werden !

Kettenregel: $f(g(x))' = f'(g) \cdot g'(x)$; $f'(g)$ heißt äußere Abl., $g'(x)$ innere Abl.
 Beispiel: $\sin(3x^2)' = \cos(3x^2) \cdot 6x$

Quotientenregel: $\left[\frac{u(x)}{v(x)} \right]' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
 Beispiel: $\frac{4x}{x^2 + 3} = \frac{4(x^2 + 3) - 4x \cdot 2x}{(x^2 + 3)^2} = \frac{4x^2 + 12 - 8x^2}{(x^2 + 3)^2} = \frac{-4x^2 + 12}{(x^2 + 3)^2}$

Hinweis: Mit speziellen Programmen wie z.B. GeoGebra oder Derive kann man Ableitungen überprüfen.

Beispiel GeoGebra (kostenloses PC-Programm, zu finden unter www.geogebra.at)



Die Eingaben waren hier: $f(x) = 4x / (x^2 + 3)$ sowie $fs(x) = f'(x)$

Potenzregel: $\int x^z dx = \frac{1}{z+1} \cdot x^{z+1}$ mit $z \in \mathbb{R} - \{-1\}$

Beispiel: $\int x^{\frac{2}{3}} dx = \frac{3}{5} x^{\frac{5}{3}}$

Summenregel: $\int f(x) dx + \int g(x) dx = \int f(x) + g(x) dx$

Beispiel: $\int x - 3x^2 dx + \int x^2 dx = \int x - 3x^2 + x^2 dx = \int x - 2x^2 dx$

Wie man sieht, vereinfacht sich hier oft der Integrand !

Faktorregel: $\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$

Beispiel: $4 \cdot \int 2,5 \cdot x^4 dx = 4 \cdot 2,5 \cdot \int x^4 dx = 10 \cdot \int x^4 dx = 2x^5$

Produktregel: $\int u(x) \cdot v'(x) dx = u(x) \cdot v(x) - \int u'(x) \cdot v(x) dx$

(partielle
Integration) Beispiel: $\int x \cdot \cos(x) dx = x \cdot \sin(x) - \int 1 \cdot \sin(x) dx = x \cdot \sin(x) + \cos(x)$

Funktioniert nur, wenn es für das 2. Integral eine Stammfunktion gibt !

Kettenregel: Integration durch (lineare) Substitution :

$$\int u(z(x)) dx = \frac{1}{z'} \int u(z) dz$$

Beispiel für lineare Substitution:

$$\int \cos(2x + 7) dx = ?$$

Setze $z=2x+7$. Dann folgen $z' = \frac{dz}{dx} = 2$ und somit $dx = 0,5dz$.

Einsetzen in das Ausgangsintegral liefert

$$\int \cos(2x + 7) dx = \int 0,5 \cos(z) dz = 0,5 \sin(z) = 0,5 \sin(2x + 7)$$

Anmerkung:

Allgemeine Substitution ist auf ähnliche Weise in vielen Fällen möglich !