Die Kurvenschar m.d.Gl. $f_k(x)=(k-x)e^x$

Nullstellen :
Aus $f_k = 0$ folgt $\underline{x = k}$ für alle k .

Ableitungen:
$f_k'(x)=(k-x-1) \cdot e^x$ **$f_k''(x)=(k-x-2) \cdot e^x$** **$f_k'''(x)=(k-x-3) \cdot e^x$**

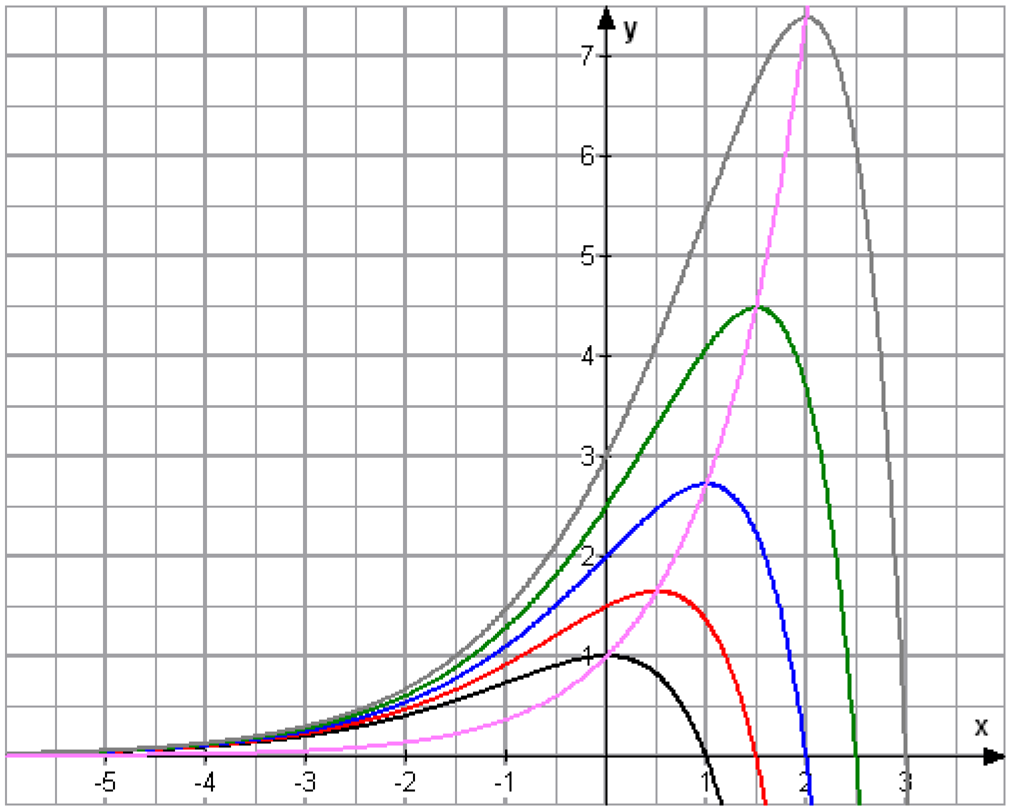
Schnittpunkte mit der Hochachse :
Aus $x = 0$ folgt $\underline{f_k = k}$ für alle k .

Rel. Extrema:
Aus $f_k' = 0$ folgt $\underline{x = k-1}$ für alle k .
Wegen $f_k''(k-1) = (k-(k-1)-2) \cdot e^{k-1} = - e^{k-1} < 0$ sind die $x_k = k-1$ rel. Maximalstellen.
H_k ($k-1$ / e^{k-1}) Anmerkung: Alle Hochpunkte liegen auf dem Graphen von $f(x) = e^x$!

Wendestellen:
Aus $f_k'' = 0$ folgt $\underline{x = k-2}$ für alle k .
Wegen $f_k'''(k-2) = (k-(k-2)-3) \cdot e^{k-2} = - e^{k-2} \neq 0$ sind die $x_k = k-2$ Wendestellen. W_k ($k-2$ / $2e^{k-2}$)

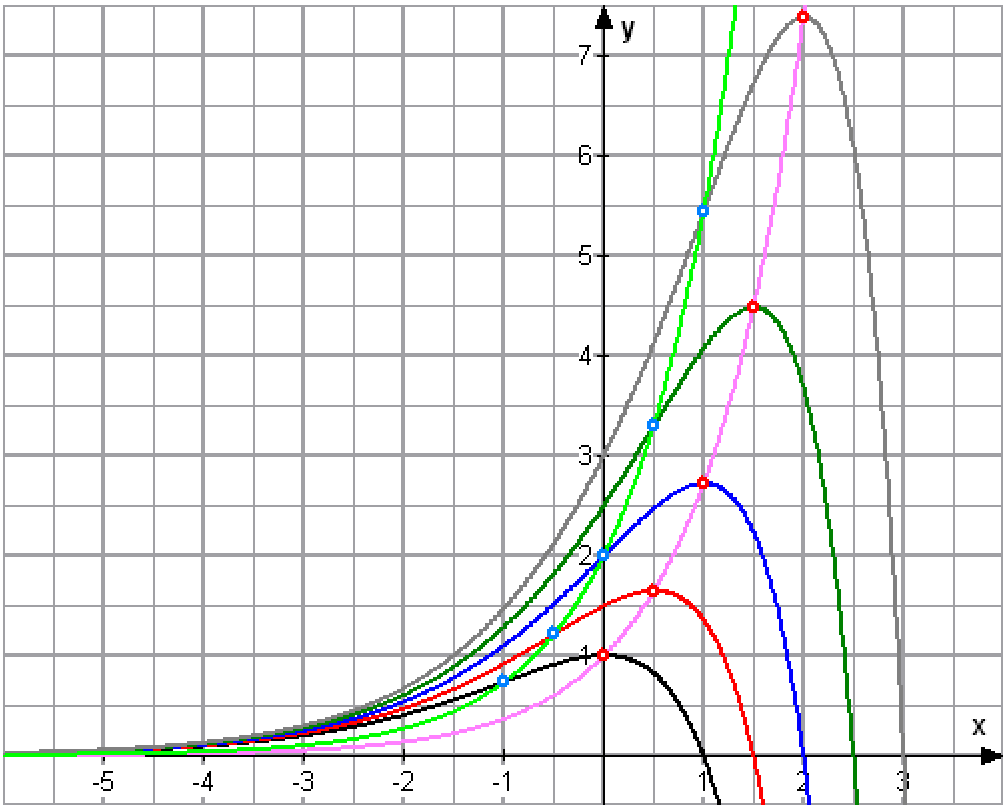
Verhalten für $|x| \to \infty$:
Für $x \to -\infty$ streben die f_k gegen 0 (von oben).
Für $x \to +\infty$ streben die f_k gegen $-\infty$.

Graphen: (für k>0) Beschrifte diese mit den richtigen k-Werten!



Markiere auch die Extrem- und Wendepunkte und überprüfe die Richtigkeit der Ortskurve !
Welche Ortskurve haben die Wendepunkte ?

Kurvenschar mit eingezeichneten Extrem- und Wendepunkten sowie je deren Otrskurve:



Erweiterung:

Flächenberechnung zwischen x-Achse und Graph von f_k (eingeschlossene Fläche):

$$\int (k-x)\cdot e^x \, dx = (k-x+1)\cdot e^x$$

Wegen $x \rightarrow -\infty$ tritt hier ein sog. „uneigentliches" Integral auf !

Beispiel $k = 1$: $$A = \int_{-\infty}^{1} (1-x)\cdot e^x \, dx = \left[(1-x+1)\cdot e^x\right]_{-\infty}^{1} = e$$

Beispiel $k = -1$: $$A = \int_{-\infty}^{-1} (-1-x)\cdot e^x \, dx = \left[(-1-x+1)\cdot e^x\right]_{-\infty}^{-1} = \frac{1}{e}$$