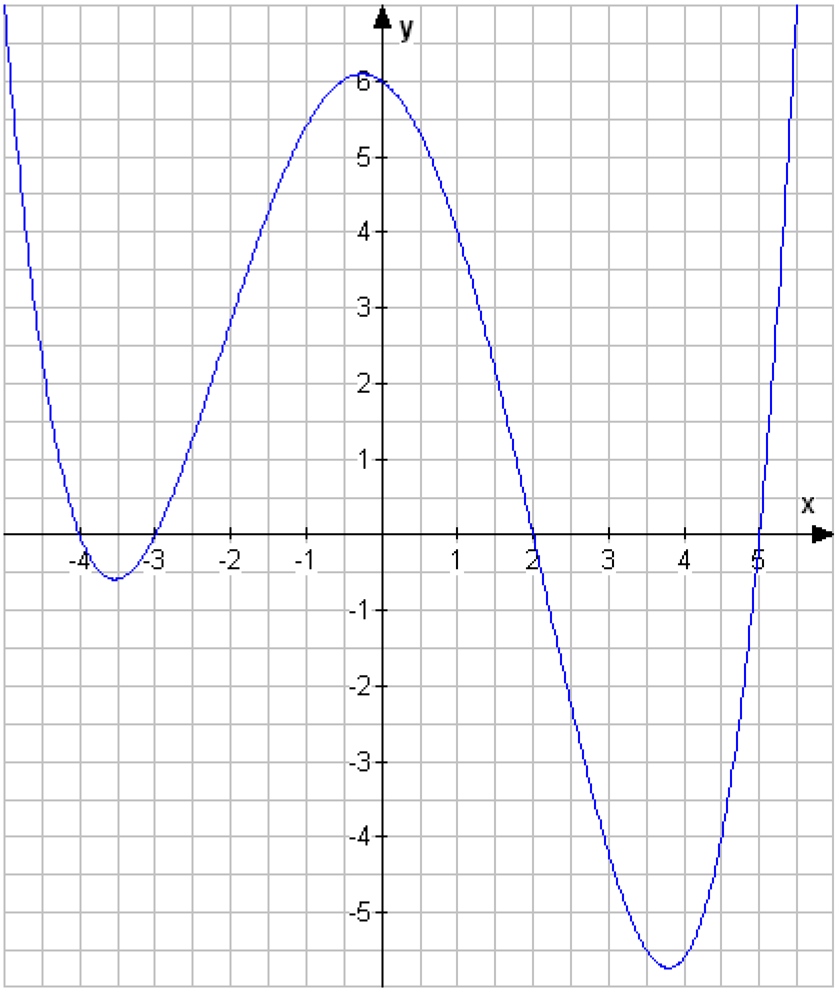
Zusammenhang zwischen Wendepunkt und Steigung von f



Beispiel: Gegeben ist

$f(x) = 0{,}05x^4 - 1{,}35x^2 - 0{,}7x + 6$
(siehe Graph links)

1) Bestimme die Wendestellen sowie (approximativ) die Steigungen von f in den Wendepunkten .
Vergleiche diese Steigungen mit denjenigen in der Umgebung der Wendepunkte (Tangente zeichnen).
Was fällt auf ?

2) Wie groß sind die Steigungen von f an den Stellen x=-5 bzw. x=6 ?

3) Finde eine treffende Formulierung für den Zusammenhang zwischen der Wendepunktseigenschaft und der Steigungseigenschaft von f .

4) Zusatzaufgabe:
Bestimme die Nullstellen von f mit dem GTR. Weise nach, dass alle ganzzahlig sind.

Lösungen:

Zu 1) Es gilt: $f'(x) = 0{,}2x^3 - 2{,}7x - 0{,}7$ $f''(x) = 0{,}6x^2 - 2{,}7$ $f'''(x) = 1{,}2x$.
$f''(x) = 0$ liefert $x = \pm\sqrt{4{,}5} \approx \pm 2{,}12$.
Dies sind auch Wendestellen, weil f''' dort ungleich Null ist . $W_1(2.12/-0{,}547)$ $W_2(-2{,}12/2{,}422)$.
Die Steigungen: $f'(\pm\sqrt{4{,}5}) = 0{,}2 \cdot 4{,}5 \cdot (\pm\sqrt{4{,}5}) - 2{,}7 \cdot (\pm\sqrt{4{,}5}) - 0{,}7 = -1{,}8 \cdot (\pm\sqrt{4{,}5}) - 0{,}7$.
$f'(\sqrt{4{,}5}) \approx -4{,}52$ und $f'(-\sqrt{4{,}5}) \approx 3{,}12$.
In der Umgebung von $x = \sqrt{4{,}5}$ nimmt die Steigung zu, während sie in der Umgebung von $x = -\sqrt{4{,}5}$ abnimmt .

Zu 2) $f'(-5) = -12{,}2 < -4{,}52$ und $f'(6) = 26{,}3 > 3{,}12$.

Zu 3) Fazit: In den Wendepunkten ist die Steigung von f extremal , jedoch nur relativ extremal ! (siehe 2)

Zu 4) Nullstellen: -4 -3 2 5 (Nachweis der Ganzzahligkeit durch Einsetzen in die Gleichung von f)