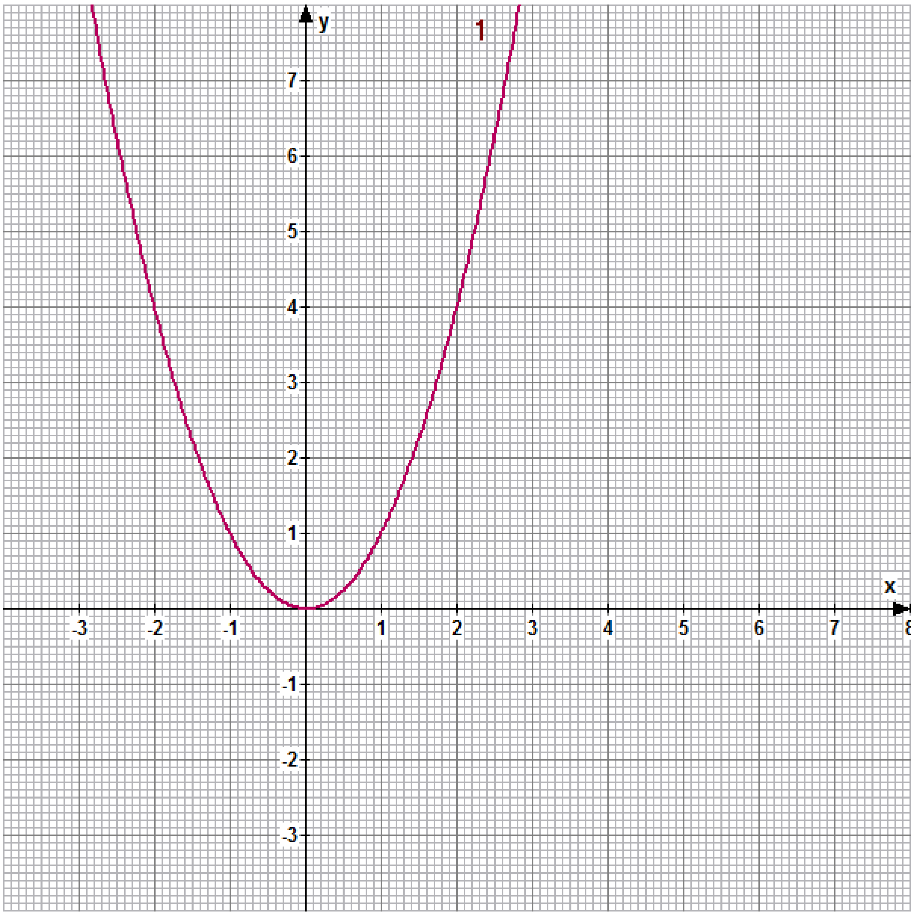
Quadratische Funktionen mit dem TI84 *Ac*

Beispiele: ① $y = x^2$ ② $y = (x-2)^2 - 3$ ③ $y = 2\cdot(x-2)^2 - 3$ ④ $y = 0{,}5\cdot(x-2)^2 - 3$

Hinweise: Die Parabel mit $y=x^2$ heißt **Normalparabel** .
Der höchste bzw. tiefste Punkt der Parabel heißt **Scheitelpunkt** .
Die Schnittstelle des Graphen mit der x-Achse heißt **Nullstelle** .

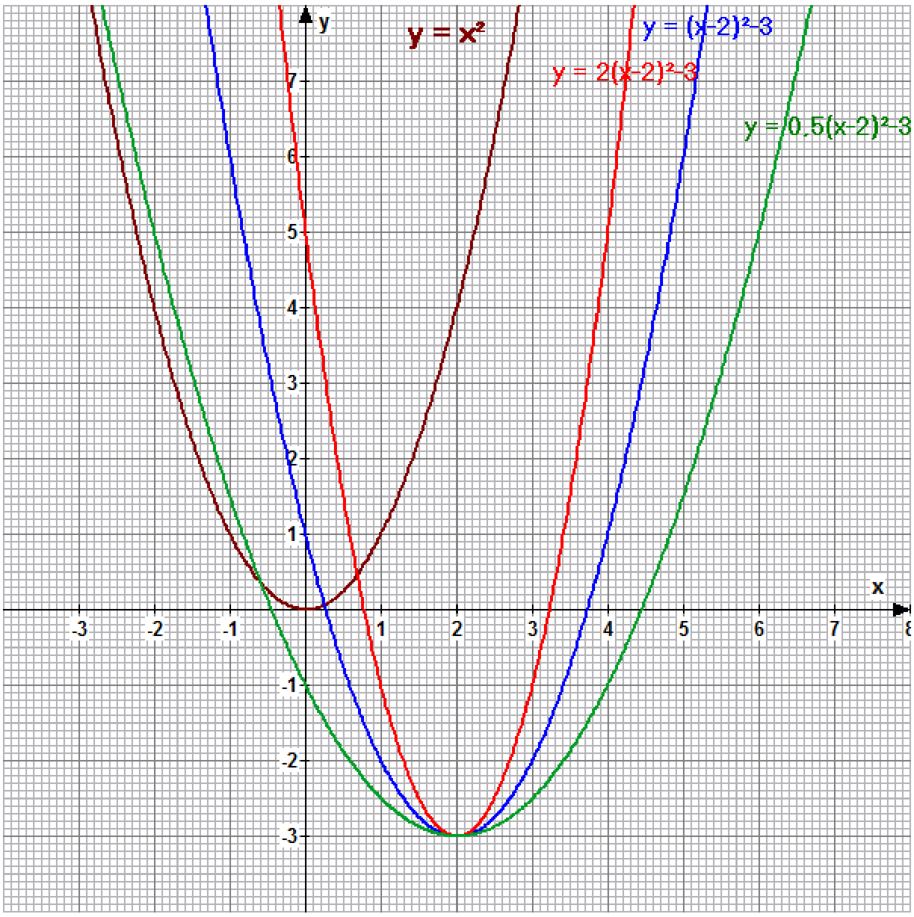


Aufgaben:

1) Zeichne die restlichen Graphen der obigen Funktionen zunächst mit dem GTR und übertrage sie dann in das obige KOS .
2) Gib für jeden Graphen den Scheitelpunkt S und die Nullstellen an .
3) Beschreibe <u>kurz</u>, wie sich die Parabeln ② bis ④ von der Normalparabel unterscheiden.
Wie hängt dieses „andere“ Aussehen von den Zahlen in der jeweiligen Gleichung ab ?
4) Vereinfache die Gleichungen ② bis ④ so, dass sie die Form $y = ax^2 + bx + c$ erhalten .

Lösungen:

1) Graphen:



2) Scheitelpunkte:

$y = x^2$ S(0/0) **$y = (x-2)^2 - 3$** S(2/-3) , ebenso bei **$y = 2\cdot(x-2)^2 - 3$** und **$y = 0{,}5\cdot(x-2)^2 - 3$** .

Nullstellen (durch Ablesen näherungsweise bestimmt):

$y = x^2$	x=0		
$y = (x-2)^2 - 3$	x1=0,3	x2=3,7	blau
$y = 2\cdot(x-2)^2 - 3$	x1=0,8	x2=3,2	rot
$y = 0{,}5\cdot(x-2)^2 - 3$	x1=-0,5	x2=4,5 .	grün

3) Die Parabel mit **$y = (x-2)^2 - 3$** ist lediglich eine verschobene Normalparabel (x-Richtung: +2 ; y-Richtung: -3).
Die anderen beiden Parabeln sind ebenso verschoben, aber zusätzlich noch gestreckt bzw. gestaucht !
So ist die rote Parabel in y-Richtung gestreckt und die grüne in y-Richtung gestaucht (jeweils Faktor 2) .

Die jeweiligen Streck- und Stauchfaktoren erkennt man vor dem **quadratischen Klammerterm**.
Die x-Verschiebung erkennt man innerhalb des quadratischen Klammerterms [z.B. bedeutet $(x-2)^2$ eine Verschiebung um +2 in x-Achsenrichtung], die y-Verschiebung erkennt man hinter dem quadratischen Klammerterm [z.B. bedeutet $(x-2)^2 - 3$ eine Verschiebung um -3 in y-Achsenrichtung] .

4) Algebraische Umformung der Terme mithilfe der Binomischen Formeln:

② **$y = (x-2)^2 - 3$** $= x^2 - 2\cdot x\cdot 2 + 2^2 - 3 = x^2 - 4\cdot x + 4 - 3 =$ **$x^2 - 4\cdot x + 1$**

(blauer Graph)

Ebenso erhält man:

③ **$y = 2\cdot(x-2)^2 - 3 = 2\cdot x^2 - 8\cdot x + 5$ (roter Graph)**

④ **$y = 0{,}5\cdot(x-2)^2 - 3 = 0{,}5\cdot x^2 - 2\cdot x - 1$ (grüner Graph)**

Binomische Formeln 1 und 2:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Zusatzaufgaben:

1) Lies die y-Achsenabschnitte c der Graphen ab. Wo findet man diese in der Funktionsgleichung ?
2) Bestimme die Nullstellen rechnerisch (gehe von den oben gegebenen Termen aus).

Lösungen der Zusatzaufgaben:

Zu 1) y-Achsenabschnitte:

$y = x^2 - 4\cdot x + 1$ (blau). Hier ist $c = 1$.

$y = 2\cdot x^2 - 8\cdot x + 5$ (rot). Hier ist $c = 5$.

$y = 0{,}5\cdot x^2 - 2\cdot x - 1$ (grün). Hier ist $c = -1$.

In der vereinfachten Funktionsgleichung (Normalform) findet man c als konstanten Term .

Zu 2) Nullstellenberechnung für den blauen Graphen:

Ansatz: **$(x-2)^2 - 3 = 0 \quad | +3$**

$(x - 2)^2 = 3 \quad$ | Wurzel ziehen

$x - 2 = \sqrt{3}$ oder $x - 2 = -\sqrt{3} \quad | +2$

$\underline{\underline{x = 2 + \sqrt{3} \text{ oder } x = 2 - \sqrt{3}}}$

Berechnet man Näherungen, so erhält man: $\underline{\underline{x \approx 3{,}732 \text{ bzw. } x \approx 0{,}268}}$

Entsprechend erhält man :

$x = 2 + \sqrt{1{,}5}$ oder $x = 2 - \sqrt{1{,}5}$ für den roten Graphen

$x = 2 + \sqrt{6}$ oder $x = 2 - \sqrt{6}$ für den grünen Graphen

Anmerkung: Beim grünen Graphen konnte man offenbar nicht sehr genau ablesen.