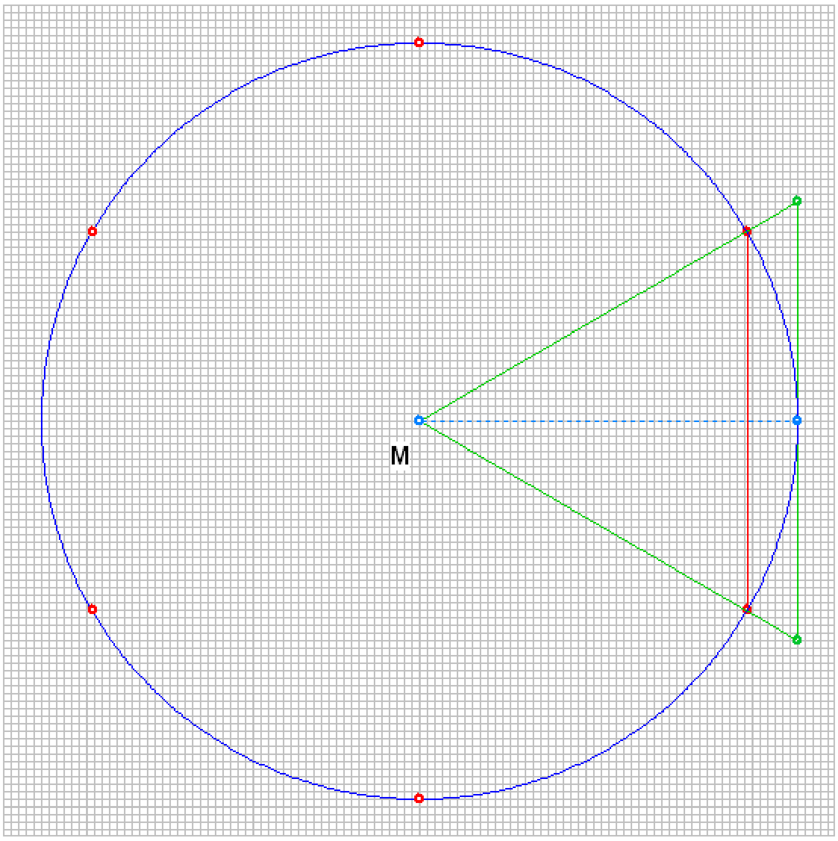
Arbeitsblatt ARCHIMEDES-PI Ac

Einführende Aufgabe: Zeichnen und Messen (Berechnen) der Sechseckumfänge



Die Zeichnung stellt den Einheitskreis im Maßstab 5:1 dar, d.h. 5 cm in der Zeichnung entsprechen in Wirklichkeit einer Länge von 1 cm !
Wenn du mit dem Geodreieck eine Länge misst, so musst du also immer durch 5 teilen .

Aufgaben:

Vervollständige die Zeichnung, indem du ein „inneres“ und ein „äußeres“ Sechseck einzeichnest.
Verwende dabei die Punkte auf dem Kreis . Bitte so genau wie möglich zeichnen.
Miss so genau wie möglich die beiden Umfänge der Sechsecke. Vergiss nicht, durch 5 zu teilen.

$U_{\text{inneres}} \approx$ $U_{\text{äußeres}} \approx$ Mittelwert ≈

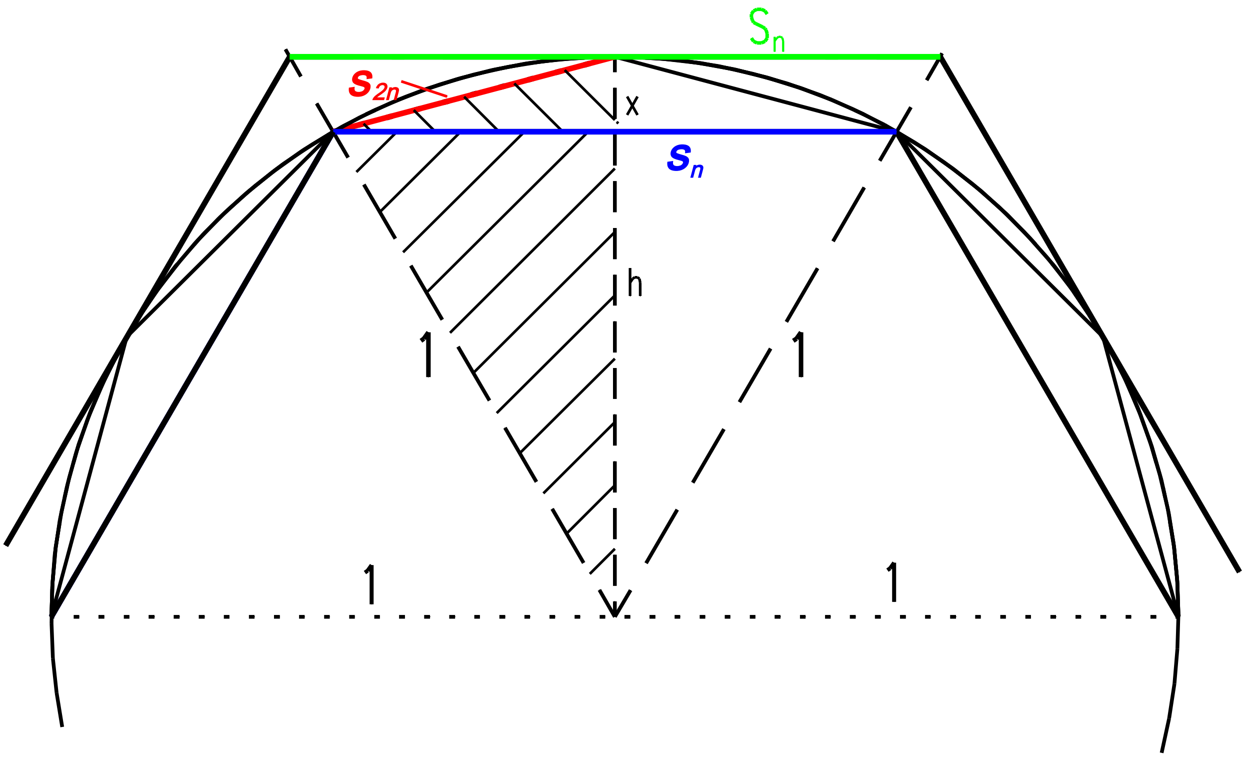
Welche Einschachtelung ergibt sich somit für die Kreiszahl Pi ? ? $< \pi <$?

Wie könnte man das Verfahren erweitern (verbessern), um noch näher an Pi heranzukommen ?

Formuliere eine Strategie :

Archimedes-Methode zur Approximation von Pi (Ac)

Dem Einheitskreis (Radius = 1) werden nacheinander 6-Eck, 12-Eck, 24-Eck usw. einbeschrieben und umbeschrieben (siehe Zeichnung).



Bezeichnet man mit s_n die Seite des einbeschriebenen n-Ecks und mit S_n die Seite des umbeschriebenen n-Ecks , so gelten für die Umfänge die Formeln :

(1)	$I_n = n \cdot s_n$	(Umfang des inneren n-Ecks)
(2)	$A_n = n \cdot S_n$	(Umfang des äußeren n-Ecks)

Da der Einheitskreis einen Umfang von $U = 2\pi$ besitzt (wegen r = 1), gilt also $\frac{U}{2} = \pi$.

Aus diesem Grund sind die <u>halben Umfänge</u> der n-Ecke Näherungswerte für π !

Daraus ergibt sich folgende Ungleichungskette: $\frac{I_n}{2} < \pi < \frac{A_n}{2}$, d.h.

$$\frac{n}{2} \cdot s_n < \pi < \frac{n}{2} \cdot S_n$$

Wir wissen: $s_6 = 1$! Aber wie kommen wir rechnerisch zu s_{12}, s_{24}, … und zu S_6, S_{12}, … ?

<u>Es stellen sich daher 2 Aufgaben:</u>

1) Welcher Zusammenhang besteht zwischen s_n und s_{2n} ?

2) Welcher Zusammenhang besteht zwischen s_n und S_n ?