Berechnung des Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$

Zuordnung im Pascal-Dreieck

1						n = 0
1	1					n = 1
1	2	1				n = 2
1	3	3	1			n = 3
1	4	6	4	1		n = 4
1	5	10	10	5	1	n = 5
0	1	2	3	4	5	← k-Werte

$$\binom{0}{0}$$

$$\binom{1}{0} \quad \binom{1}{1}$$

$$\binom{2}{0} \quad \binom{2}{1} \quad \binom{2}{2}$$

$$\binom{3}{0} \quad \binom{3}{1} \quad \binom{3}{2} \quad \binom{3}{3}$$

$$\binom{4}{0} \quad \binom{4}{1} \quad \binom{4}{2} \quad \binom{4}{3} \quad \binom{4}{4}$$

$$\binom{5}{0} \quad \binom{5}{1} \quad \binom{5}{2} \quad \binom{5}{3} \quad \binom{5}{4} \quad \binom{5}{5}$$

Man kann folgende Rekursionsformeln erkennen:

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1 \qquad \binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$$

Für k>1 und k<n-1 gelten:

1) $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$

2) $\binom{n}{k} = \frac{n-(k-1)}{k} \cdot \binom{n}{k-1}$

Hiermit lässt sich jeder Koeffizient sukzessive berechnen, z.B.

1) $\binom{5}{3} = \binom{4}{2} + \binom{4}{3} = \binom{4}{2} + 4 = \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + 4 = 3+3+4 = 10$

2) $\binom{5}{3} = \frac{5-(3-1)}{3} \cdot \binom{5}{2} = \binom{5}{2} = \frac{5-(2-1)}{2} \cdot \binom{5}{1} = 2 \cdot 5 = 10$

<u>Nachteil:</u> Bei großen n sehr lange Rechenzeit (Stackbedarf hoch !)

Iterative Alternative:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} = \frac{n(n-1)(n-2) \cdot \ldots \cdot (n-(k-1))}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot k} = \frac{n}{1} \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{3} \cdot \ldots \cdot \frac{n-(k-1)}{k}$$