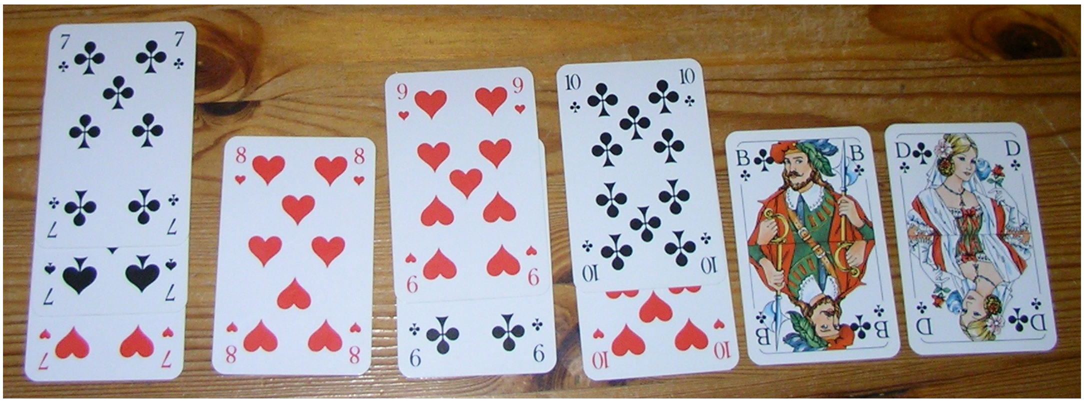
Bezugsaufgabe: Schroedel-Buch Seite 457, Aufgabe 9.

3-mal 6 Spielkarten (jeweils nummeriert von 1 bis 6) sind vorhanden.
6 Spieler wählen zunächst für sich eine „Glückszahl“ .
Ein Spielleiter zieht die Karten ohne Zurücklegen !
Gewonnen hat derjenige, der als erster alle 3 Glückszahlen zusammen hat.

Frage: Wie häufig kommt es vor, dass ein Spieler gewonnen hat und gleichzeitig bei mindestens einem der anderen Spieler noch kein einziges Exemplar seiner Glückszahl gezogen wurde ?

Simulieren kann man das Spiel, indem man für die 6 Karten 7;8;9;10;Bube;Dame jeweils 3 verschiedene Farben auswählt, z.B. Kreuz, Pik, Herz . Die Karten werden gemischt und nacheinander vom Stapel gezogen . Jeder Schüler kann nun mit einem reduzierten Kartenspiel diese Simulation mehrmals durchführen.

2 mögliche Spielergebnisse sind hier zu sehen .



Im ersten Spiel hat jeder Spieler mindestens 1-mal seine Glückszahl, jedoch im zweiten Spiel fehlen sowohl 7 als auch 8 und Dame . Dort ist also der zu untersuchende Fall eingetreten.

Man kann nun z.B. 100-mal spielen und zählen, wie oft der zu untersuchende Fall eintritt. Für jeden eingetretenen Fall schreibt man z.B. eine 1 in eine Tabelle, für jeden nicht eingetretenen Fall eine 0.
Die Summe der 1en ergibt dann die absolute Häufigkeit H.
Die relative Häufigkeit h = H/100 ist dann ein Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit
P(„bei mindestens einem Spieler ist am Spielende seine Glückszahl noch nicht gezogen worden“)

Wie groß ist P ??

Tabelle für die Spielsimulation:

n	**0 oder 1**	**H**	**h**
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			
28			
29			
30			
31			
32			
33			
34			
35			
36			
37			
38			
39			
40			
41			
42			
43			
44			
45			
46			
47			
48			
49			
50			

n	**0 oder 1**	**H**	**h**
51			
52			
53			
54			
55			
56			
57			
58			
59			
60			
61			
62			
63			
64			
65			
66			
67			
68			
69			
70			
71			
72			
73			
74			
75			
76			
77			
78			
79			
80			
81			
82			
83			
84			
85			
86			
87			
88			
89			
90			
91			
92			
93			
94			
95			
96			
97			
98			
99			
100			

Simulation mit dem TI 83

Man erzeugt mit dem Befehl **randInt(1,18,25)** eine Serie von 25 Zufallszahlen im Bereich [1;18] .
Für 25 kann auch eine größere Zahl eingesetzt werden, falls nötig.
Man benötigt dann eine Zuordnung der 18 möglichen Zahlen (Karten) zu den 6 Zahlen 1;2; … ;6 .
Eine mögliche Zuordnung ist

1;7;13 $\rightarrow$ 1
2;8;14 $\rightarrow$ 2
3;9;15 $\rightarrow$ 3
4;10;16 $\rightarrow$ 4
5;11;17 $\rightarrow$ 5
6;12;18 $\rightarrow$ 6

<u>Anmerkung:</u> Automatisch lässt sich diese Zuordnung mittels **Z – 6*int((Z-1)/6)** erzeugen .
Dabei bedeutet **int(X)** die größte ganze Zahl , die kleiner oder gleich X ist .
Z.B.: int(5,3)=5 int(12,99)=12 int(7)=7 int(-2,34)=-3 usw.

In der Serie darf jede der Zahlen 1 bis 18 nur höchstens 1-mal gezählt werden !
Es handelt sich also um ein Ziehen ohne Zurücklegen !
Das Spiel bricht ab, wenn eine der Zahlen 1 bis 6 genau 3-mal vorgekommen ist . Man muss dann untersuchen, ob mindestens eine der anderen Zahlen überhaupt nicht vorgekommen ist.

<u>Beispiele (eingeklammert werden die mehrfach vorkommenden Zahlen im Bereich [1;18] .</u>

11 8 10 4 18 9 2 13 14 „2“ gewinnt
5 2 4 4 6 3 2 1 2 Alle Zahlen sind vorgekommen

8 15 11 14 (15) 5 6 2 „2“ gewinnt
2 3 5 2 (3) 5 6 2 **„1“ und „4“ sind <u>nicht</u> vorgekommen**

10 (10) 8 1 2 13 12 (12) 3 6 (3) (2) 5 15 14 „2“ gewinnt
4 (4) 2 1 2 1 6 (6) 3 6 (3) (2) 5 3 2 Alle Zahlen vorgekommen

6 8 13 17 10 15 14 9 (14) 5 (8) 1 (5) (10) 16 (14) 2 „2“ gewinnt
6 2 1 5 4 3 2 3 (2) 5 (2) 1 (5) (4) 4 (2) 2 Alle Zahlen vorgekommen

8 10 1 13 16 17 (16) 3 (1) 6 (17) (16) (16) (13) 15 7 Die „1“ gewinnt
2 4 1 1 4 5 (4) 3 (1) 6 (5) (4) (4) (1) 3 1 Alle Zahlen vorgekommen

14 16 11 2 (2) (11) 5 13 18 (2) 17 Die „5“ gewinnt
2 4 5 2 (2) (5) 5 1 6 (2) 5 **„3“ ist <u>nicht</u> vorgekommen**

Bis zu diesem Zeitpunkt sind 2 von 6 Spielen „positiv“ (im Sinne der Fragestellung) ausgegangen. Also liegt die rel. Häufigkeit hier bei etwa 33% . Dieser Schätzwert ist noch sehr schlecht !

Programmierung der Simulation mit dem TI83

<u>Folgende Variablen werden verwendet:</u>

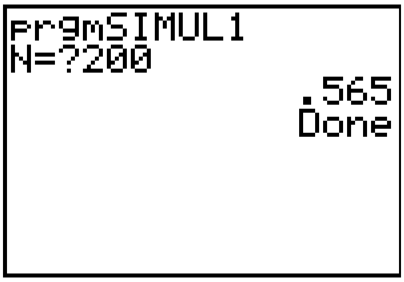
L1: Es werden die Speicher L1(1) bis L1(18) verwendet. Steht in L1(k) eine 1, so bedeutet es, dass die Zahl k vorgekommen ist. 0 bedeutet „nicht vorgekommen“.
L2: Es werden die Speicher L2(1) bis L2(6) verwendet. In L2(k) steht die Anzahl des Auftretens der Zahl k . Ist diese Zahl = 3, so ist das Spiel zu Ende.
N Anzahl der Versuchsdurchläufe
K Äußere Schleife von 1 bis 92 (Anzahl der durchgeführten Spiele).
I Innere Schleifen von 1 bis 6 oder von 1 bis 18 .
H Absolute Häufigkeit für das Eintreten des zu untersuchenden Ereignisses .
Z Zufallszahl, die gerade erzeugt wurde .
X Hilfsvariable; ordnet die Zahlen 1; 2; … ; 18 den Zahlen 1; 2; 3; 4; 5; 6 zu .
A Boolesche Variable für Abbruch (1=Abbruch; 0=kein Abbruch) .
Y Boolesche Variable; 1 bedeutet: „mindestens eine Zahl von 1 bis 6 ist nicht aufgetreten“ .

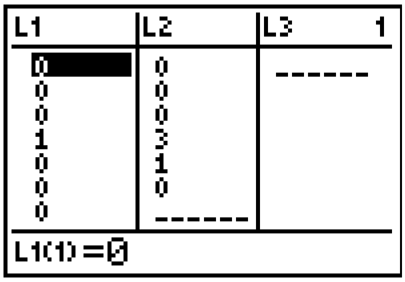
<u>PRGM „Simul1“</u>

```
ClrAllLists
Prompt N
0 → H
For(K,1,N)
  For(I,1,18)
    0 → L1(I)
  End
  For(I,1,6)
    0 → L2(I)
  End
  0 → Y
  0 → A
  Repeat A=1
     randInt(1,18) → Z
     Z-6*int((Z-1)/6) → X
     If L1(Z)=0
     Then
       1 → L1(Z)
       1+L2(X) → L2(X)
     End   { von then }
     L2(X)=3 → A
  End   { von Repeat }
  For(I,1,6)
    If  L2(I)=0
    1 → Y
  End
  If  Y=1
     1+H → H
End   { von For K … }
Disp H/N
```

In L1 steht, welche Zahl (von 1 bis 18) beim letzen Simulationsdurchlauf vorgekommen ist und welche nicht.
L1(2)=0 bedeutet: Die „2“ ist nicht vorgekommen.
L1(4)=1 bedeutet: Die „4“ ist vorgekommen.

In L2 stehen die Anzahlen der beim letzen Simulationsdurchlauf vorgekommenen Zahlen (von 1 bis 6).
L2(1)=0 heißt: Die „1“ kam 0-mal vor.
L2(4)=3 heißt: Die „4“ kam 3-mal vor (Sieger).





Man erkennt eine rel.Häufigkeit von **h = 56,5%** !
Dies kann als Schätzwert für die gesuchte Wahrscheinlichkeit P aufgefasst werden.

<u>Achtung:</u> Sehr lange Rechenzeit !

<u>Anmerkung zum Programm:</u>
Statt **int** kann auch **iPart** (ganzz. Anteil) verwendet werden !

Warum lässt sich das Problem nicht mit randInt(1,6) lösen ??

<u>Antwort:</u> Bei randInt(1,6) ist die Einzelwahrscheinlichkeit jeder der Zahlen 1:2:…;6 immer 3/18=1/6, auch noch nach der 15. Ziehung, während sich bei dem zu untersuchendem Problem nach jeder Ziehung die Einzelwahrsch. ändert ! Ziehe ich etwa mit dem ersten Zug eine „5“, so beträgt beim nächsten Zug die W. für „5“ nicht mehr 3/18=1/6, sondern nur noch 2/17 .

<u>Die „falsche“ Simulation durchgespielt mit jeweils randInt(1,6,30) :</u>

(Es wird hier vorausgesetzt, dass die Kugeln <u>mit Zurücklegen</u> gezogen werden)

Ergebnisse:

4 3 1 6 3 4 5 2 2 1 4	„4“ gewinnt Alle Zahlen vorgekommen
4 2 2 2	„2“ gewinnt 1;3;5;6 nicht vorgekommen
2 1 2 1 2	„2“ gewinnt 3;4;5;6 nicht vorgekommen

4 1 1 6 6 1
6 4 3 1 3 3
2 5 6 2 5 2

Man erkennt, dass der zu prüfende Fall recht häufig auftritt (hier h = 5/6 bei N=6)

Wie groß ist P ?? Lösung: **P ≈ 0,858** (mit dem folgendem Programm prüfen !)

<u>PRGM „Simul2“</u>

```
ClrAllLists
Prompt N
0 → H
For(K,1,N)
  For(I,1,6)
    0 → L2(I)
  End
  0 → Y
  0 → A
  Repeat A=1
     randInt(1,6) → X
    1+L2(X) → L2(X)
     L2(X)=3 → A
  End  { von Repeat }
  For(I,1,6)
    If L2(I)=0
    1 → Y
  End
  If Y=1
     1+H → H
End  { von For K … }
Disp H/N
```