Koordinatenform einer Ebene anhand der Parameterform bestimmen Ac

Hilfsmittel: Matrix-Modul des GTR Beispiel: $\mathbb{E}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Ersetzt man $\vec{x}$ durch den Spaltenvektor $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, so ergibt sich das LGS $\left| \begin{array}{l} x = 2 + r + 3t \\ y = 5 + 2r + 2t \\ z = 1 + 3r + t \end{array} \right|$.

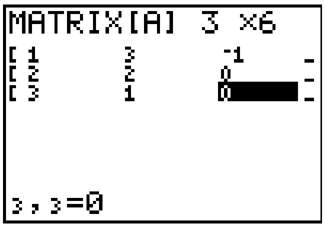
Damit man auch die Koeffizienten von x, y, z in der Eingabematrix des GTR verwenden kann, formt man das LGS entsprechend um. Außer den Spalten für die Variablen r und t berücksichtigt man noch 3 Spalten für x, y und z. Die <u>*Spalten für r und t müssen aber am Anfang stehen*</u>, damit der LGS-Löser des GTRs diese beiden Variablen eliminieren kann !

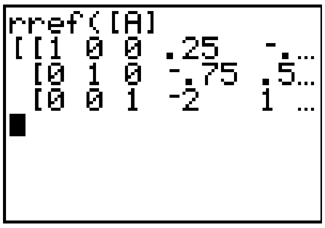
LGS: $\left| \begin{array}{lllll} r + 3t & -x & & & = -2 \\ 2r + 2t & & -y & & = -5 \\ 3r + t & & & -z & = -1 \end{array} \right|$

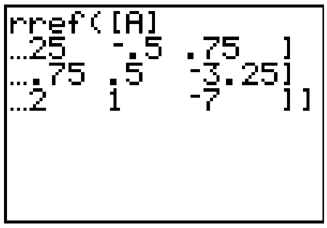
Eingabematrix:

r	t	x	y	z	|	1
1	3	−1	0	0	|	−2
2	2	0	−1	0	|	−5
3	1	0	0	−1	|	−1

Eingabe und Verarbeitung mit dem GTR:







Die beiden letzten „Screenshots“ des TI83 zeigen die Ausgabematrix, die folgendermaßen zu interpretieren ist:

r	t	x	y	z	1
1	0	0	0,25	−0,5	0,75
0	1	0	−0,75	0,5	−3,25
0	0	1	−2	1	−7

Aus der letzten Zeile der Matrix liest man ab:

x -2y + z = -7
(Koordinatenform der Ebene $\mathbb{E}$)

<u>Welche Vorteile hat die Koordinatenform ??</u>

1) Soll man für mehrere Punkte prüfen, ob sie in der Ebene liegen, so ist es einfacher, deren Koordinaten in die Koordinatenform einzusetzen und so die Richtigkeit der entstehenden Aussage zu prüfen. Ohne Koordinatenform müsste man für jeden Punkt ein neues LGS lösen.

Beispiel: $P(5/-3/-2) \in \mathbb{E}$: **x -2y + z = -7** ?
Einsetzen der Koordinaten liefert $5-2\cdot(-3)+(-2) = -7 \Leftrightarrow 9 = -7$ falsch , also $P \notin \mathbb{E}$

2) Aus der Koordinatenform können sofort die Achsenabschnitte a_x, a_y, a_z der Ebene abgelesen werden . (Hinweis: Unter den Achsenabschnitten versteht man die Schnittstellen der Ebene mit den Achsen)
Dazu setzt man je 2 der Koordinaten x, y, z Null und löst nach der 3. auf . Um a_z zu bestimmen, setzt man x = 0 und y = 0. Es folgt z = -7, also ist $a_z = -7$. Auf die gleiche Art erhält man $a_y = 3{,}5$ sowie $a_x = -7$. Verbindet man die 3 Achsenabschnitte im 3D-System, so entsteht ein Dreieck, welches einen Ausschnitt der Ebene darstellt .

<u>Anmerkung:</u> Nicht immer gibt es 3 Achsenabschnitte (z.B. bei Parallelität der Ebene zu einer der Koordinatenebenen, etwa $\mathbb{E}$: z=3 ist parallel zur xy-Koordinatenebene !)

<u>Erweiterung:</u> Welche Lage hat $\mathbb{E}$: 2x+3y=6 ? Zeichne ! Gib eine Parameterform an !