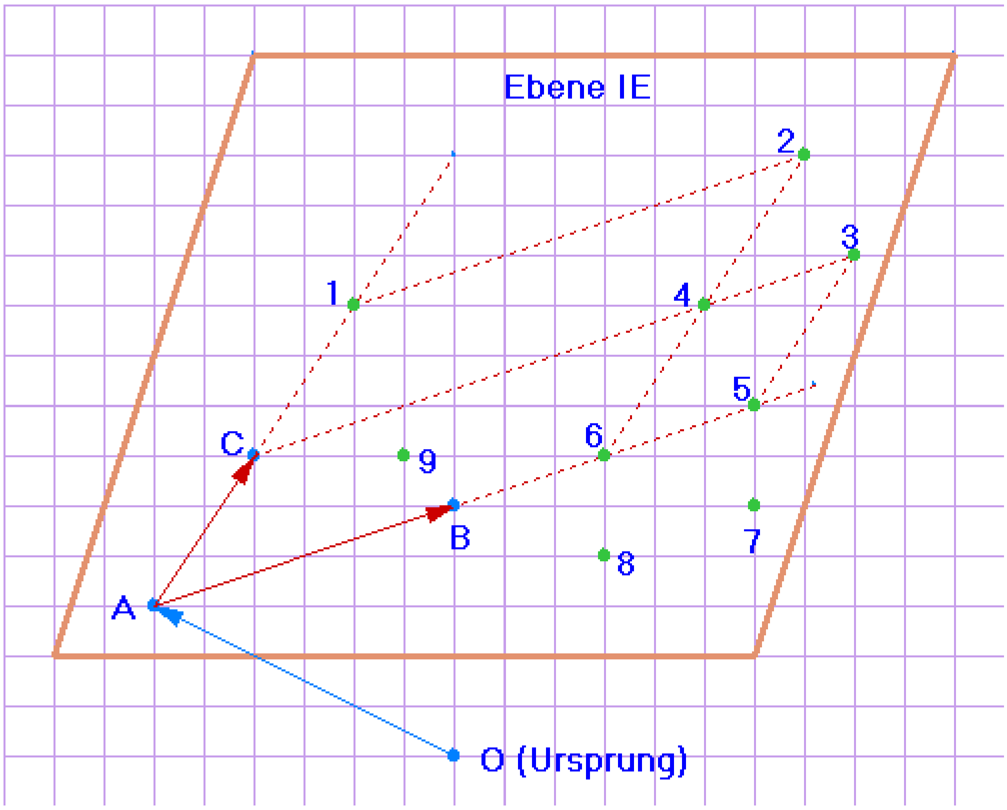
Parameterform der Ebene IE



Wir benötigen einen **Stützvektor** $\overrightarrow{OA}$ vom Ursprung zu einem Punkt A der Ebene .

Außerdem zwei so genannte **Spannvektoren** $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$, welche die Ebene aufspannen, d.h. Ihre Richtung im Raum festlegen .

Die Parameterform lautet dann: $\boxed{\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OA} + \lambda \cdot \overrightarrow{AB} + \mu \cdot \overrightarrow{AC}}$

Durch diese Vektorkombination kann man bei geeigneter Wahl von λ und μ jeden Punkt X der Ebene erreichen !

Beispielbetrachtung für Punkt Nummer 3: $\lambda = 2$; $\mu = 1$. Dann ist $\overrightarrow{OX_3} = \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

Aufgaben:

1) Beschrifte die Spannvektoren mit $\vec{u}$ und $\vec{v}$.

2) Stelle eine mögliche Parameterform der Ebene auf. Tipp: A(-6/3/0), B(0/5/0) etc. verwenden .

3) Zeichne denjenigen Punkt P ein, für den $\lambda = \mu = 1$ gilt .

4) Ermittle für A, B, C und für die Punkte 1,2,4,5,6,7,8 die zugehörigen λ - und μ - Werte .

5) Welche geometrische Bedeutung haben negative λ - und μ - Werte ?

6) Ermittle für den Punkt Nr. 9 **<u>rechnerisch</u>** λ und μ .

Einige Lösungen:

Zu 2) $\overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

Zu 4) 1: $\lambda=0$ $\mu=2$ 2: $\lambda=1{,}5$ $\mu=2$ 4: $\lambda=1{,}5$ $\mu=1$ 5: $\lambda=2$ $\mu=0$
6: $\lambda=1{,}5$ $\mu=0$ 7: $\lambda=3{,}2$ $\mu=-0{,}9$ 8: $\lambda=1{,}8$ $\mu=-0{,}9$

Zu 5) Mit negativen Parametern kann man auch Punkte auf den „gegenüberliegenden“ Seiten des Stützpunktes A erreichen.

Zu 6) P9(-1/6/0) Ansatz $\begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \lambda \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

Es ergibt sich ein LGS, welches mit dem Matrix-Modul gelöst werden kann.

Lösung: $\lambda = \frac{9}{14}$ $\mu = \frac{4}{7}$